

VALEUR ABSOLUE D'UN NOMBRE ET FONCTION VALEUR ABSOLUE



**VALEUR ABSOLUE D'UN
NOMBRE ET FONCTION
VALEUR ABSOLUE**

- Valeur absolue d'un nombre
- Résolution d'une inéquation comportant la valeur absolue
- Fonction valeur absolue et son graphe

Valeur absolue d'un nombre

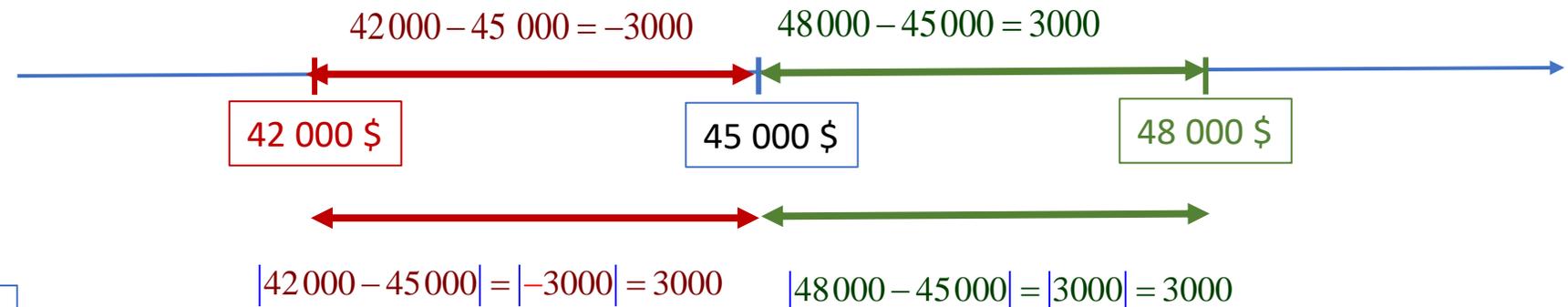
Exemple 1

- Mme Guiva et Mr Messi travaillent dans une même entreprise.
- Salaire moyen des employés de l'entreprise : 45 000 \$
- De combien s'écarte le salaire de chacun de ces deux employés par rapport au salaire moyen ?



salaire annuel :
42 000 \$

salaire annuel :
48 000 \$



Valeur absolue de (- 3000) = 3000

Valeur absolue de (3000) = 3000

Valeur absolue d'un nombre

Soit a et b deux nombres réels.

La distance, sur la droite réelle, entre a et b est égale $|a - b|$

Soit $x \in \mathbb{R}$,

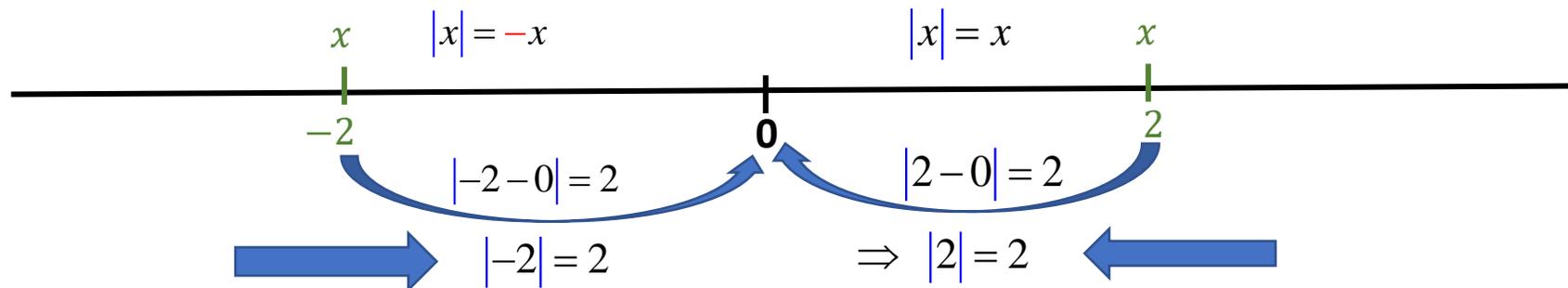
$|x|$: La distance entre x et 0

$$|x| = \begin{cases} -x & \text{si } x < 0 \\ x & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

À mémoriser

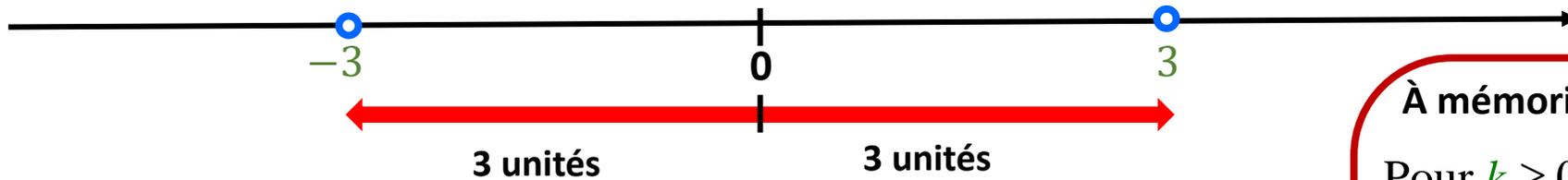
$$|\text{nombre}| = \begin{cases} -\text{nombre} & \text{si } \text{nombre} < 0 \\ \text{nombre} & \text{si } \text{nombre} \geq 0 \end{cases}$$

$$|\text{nombre}| = 0 \Leftrightarrow \text{nombre} = 0$$



Résolution inéquation avec valeur absolue d'un nombre

Exemple 2 Trouver l'ensemble des valeurs réelles x vérifiant $|x| < 3$



$$\{x \in \mathbb{R} \mid |x| < 3\} = \{x \in \mathbb{R} \mid -3 < x < 3\} =]-3, 3[$$

À mémoriser

Pour $k \geq 0$,

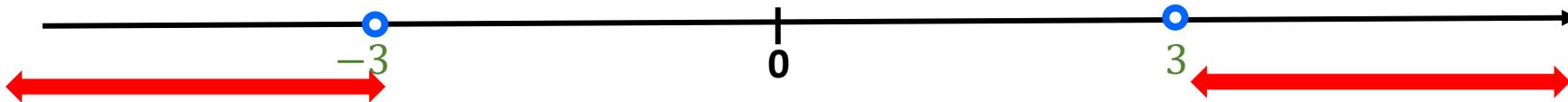
$$|\text{nombre}| \leq k \Leftrightarrow -k \leq \text{nombre} \leq k$$

$$|\text{nombre}| \geq k \Leftrightarrow \text{nombre} \leq -k \text{ ou } \text{nombre} \geq k$$

Pour $k < 0$

$$|\text{nombre}| < k \text{ impossible}$$

Remarque $\{x \in \mathbb{R} \mid |x| > 3\} = \{x \in \mathbb{R} \mid x < -3 \text{ et } x > 3\} =]-\infty, -3[\cup]3, \infty[$



Résolution inéquation avec valeur absolue d'un nombre

Exemple 3 Trouver l'ensemble des valeurs réelles x vérifiant $|x-4| < 1$

$$\begin{array}{ccc} |x-4| \leq 1 & \Leftrightarrow & -1 \leq x-4 \leq 1 \\ \begin{array}{c} \leftarrow \text{nombre} \\ \uparrow \\ \text{nombre} \end{array} & & \begin{array}{c} \uparrow \\ k \end{array} \end{array}$$

$$\Leftrightarrow -1+4 \leq x-4+4 \leq 1+4$$

$$\Leftrightarrow 3 \leq x \leq 5$$

$$\{x \in \mathbb{R} \mid |x-4| \leq 1\} = \{x \in \mathbb{R} \mid 3 \leq x \leq 5\} = [3, 5]$$

À mémoriser

$$|x - 4| < 1$$

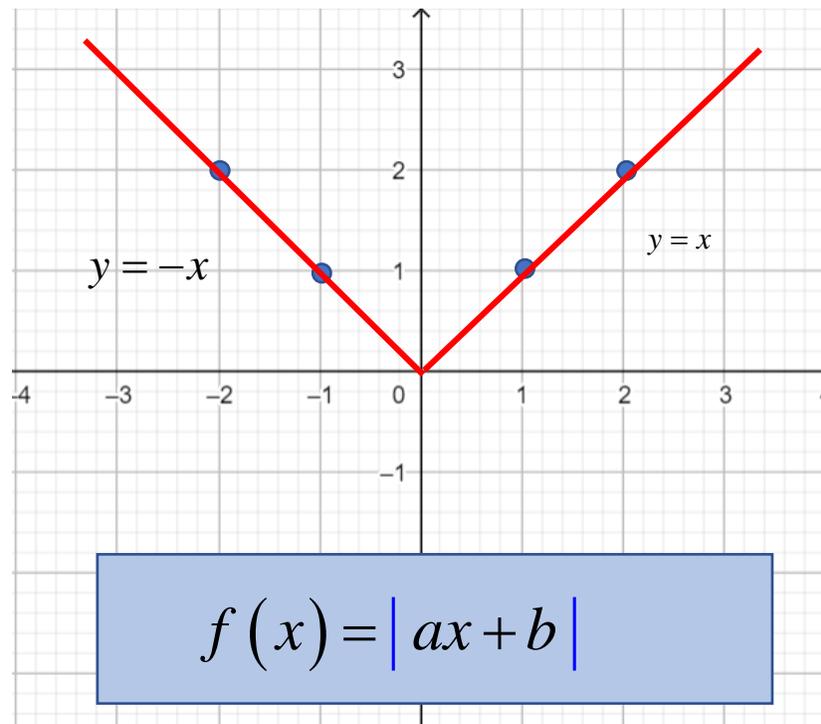
Fonction valeur absolue et son graphe

Graphe de la fonction valeur absolue

$$f(x) = |x| = \begin{cases} -x & \text{si } x < 0 \\ x & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

$$y = -x$$

x	y
-1	1
-2	2



$$y = x$$

x	y
1	1
2	2

Fonction valeur absolue et son graphe

Graphe de la fonction $f(x) = |g(x)|$

$$f(x) = |g(x)| = \begin{cases} -g(x) & \text{si } g(x) < 0 \\ g(x) & \text{si } g(x) \geq 0 \end{cases}$$

À mémoriser

$$|\text{nombre}| = \begin{cases} -\text{nombre} & \text{si } \text{nombre} < 0 \\ \text{nombre} & \text{si } \text{nombre} \geq 0 \end{cases}$$

Exemple 4

$$f(x) = |x-1| = \begin{cases} -(x-1) & \text{si } (x-1) < 0 \\ x-1 & \text{si } (x-1) \geq 0 \end{cases}$$

$$x-1 < 0 \Leftrightarrow x < 1$$

$$x-1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 1$$

$$\Leftrightarrow f(x) = |x-1| = \begin{cases} -(x-1) & \text{si } x < 1 \\ x-1 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

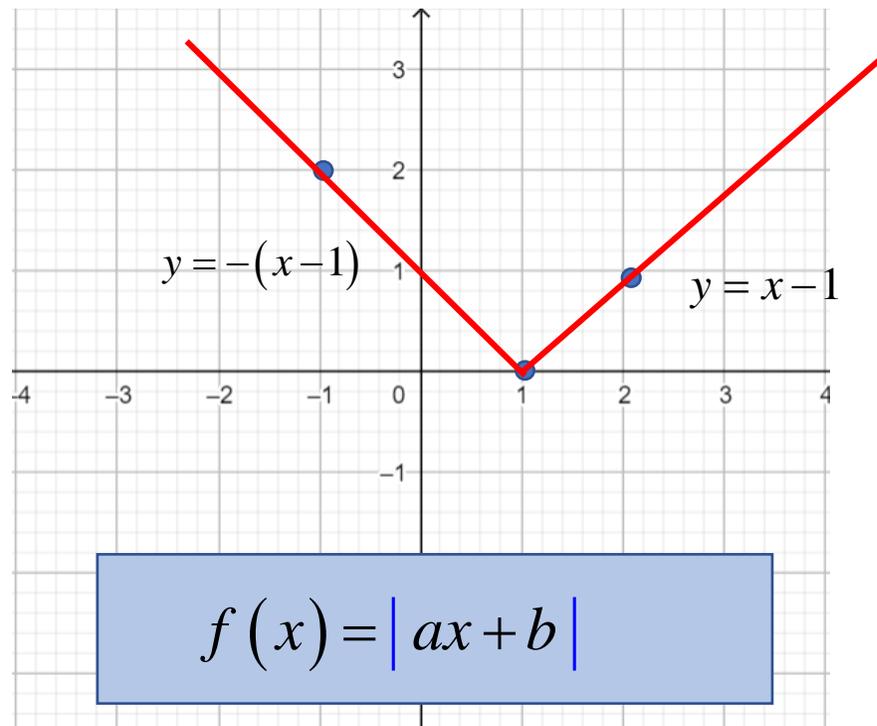
Fonction valeur absolue et son graphe

Graphe de la fonction valeur absolue

$$f(x) = |x-1| = \begin{cases} -(x-1) & \text{si } x < 1 \\ x-1 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

$$y = -(x-1) = 1-x$$

x	y
-1	2
1	0



$$y = x-1$$

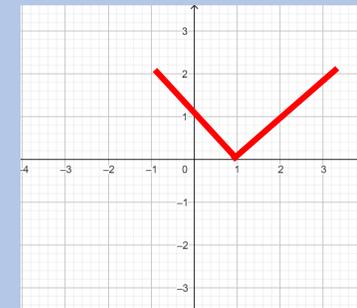
x	y
1	0
2	1

Résumé

- $|nombre| = \begin{cases} -nombre & \text{si } nombre < 0 \\ nombre & \text{si } nombre \geq 0 \end{cases}$

$$|g(x)| = \begin{cases} -g(x) & \text{si } g(x) < 0 \\ g(x) & \text{si } g(x) \geq 0 \end{cases}$$

- Le graphe de la fonction $f(x) = |ax + b|$ prend toujours la forme d'un **V**



Bibliographie

- Michèle Gingras, Mathématiques d'appoint, 5^e édition, 2015, Édition Chenelière éducation
- Josée Hamel, Mise à niveau Mathématiques, 2^e édition, 2017, Éditions du Renouveau pédagogique (ERPI)

Quiz niveau 1

Dites si les énoncés suivants sont vrais ou faux :

Énoncé

$$\{x \in \mathbb{R} \mid |x| < 2\} = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$$

$$\{x \in \mathbb{R} \mid |x| \leq 1\} = [-1, 1]$$

$$\{x \in \mathbb{R} \mid |x - 1| < 1\} =]-1, 1[$$

$$\{x \in \mathbb{R} \mid |x - 2| \leq 1\} = [1, 3]$$

$$\{x \in \mathbb{R} \mid |x - 2| \geq 1\} =]-\infty, 1] \cup [3, \infty[$$



Réponses page suivante

Quiz niveau 1

Dites si les énoncés suivants sont vrais ou faux :

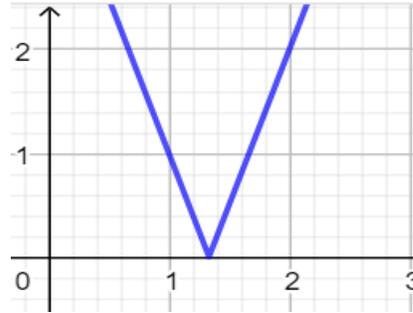
Énoncé	Réponses
$\{x \in \mathbb{R} \mid x < 2\} = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$	Faux
$\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 1\} = [-1, 1]$	Vrai
$\{x \in \mathbb{R} \mid x - 1 < 1\} =]-1, 1[$	Faux
$\{x \in \mathbb{R} \mid x - 2 \leq 1\} = [1, 3]$	Vrai
$\{x \in \mathbb{R} \mid x - 2 \geq 1\} =]-\infty, 1] \cup [3, \infty[$	Vrai

Quiz niveau 2

Associez à chaque fonction son graphe :

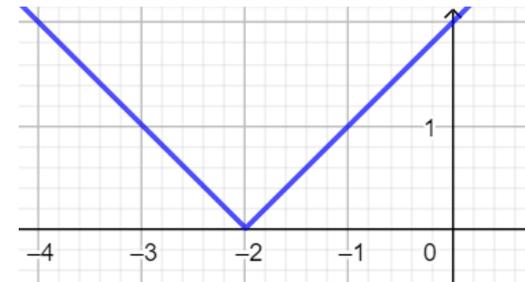
- $f(x) = |2x - 4|$

A.



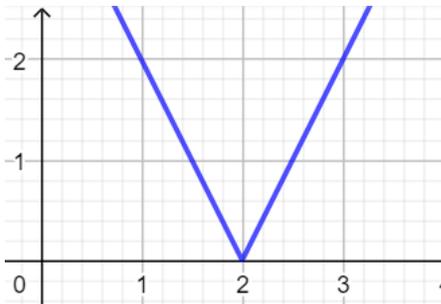
- $g(x) = |3x - 4|$

B.



- $h(x) = |x + 2|$

C.



Réponses page suivante

Quiz niveau 2

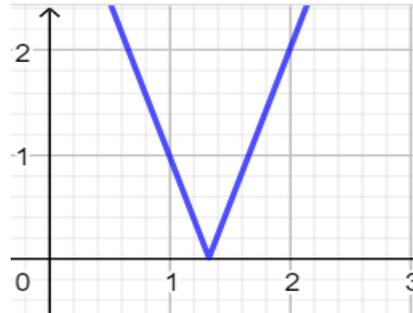
Associez à chaque fonction son graphe :

■ $f(x) = |2x - 4|$

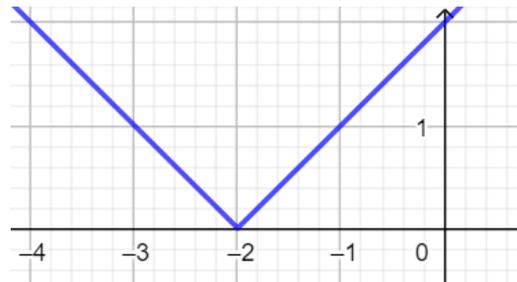
■ $g(x) = |3x - 4|$

■ $h(x) = |x + 2|$

A.



B.



C.

