

**VALEUR ABSOLUE D'UN  
NOMBRE ET FONCTION  
VALEUR ABSOLUE**



# VALEUR ABSOLUE D'UN NOMBRE ET FONCTION VALEUR ABSOLUE

- Valeur absolue d'un nombre
- Résolution d'une inéquation comportant la valeur absolue
- Fonction valeur absolue et son graphe

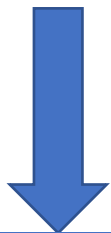
# Valeur absolue d'un nombre

## Exemple 1

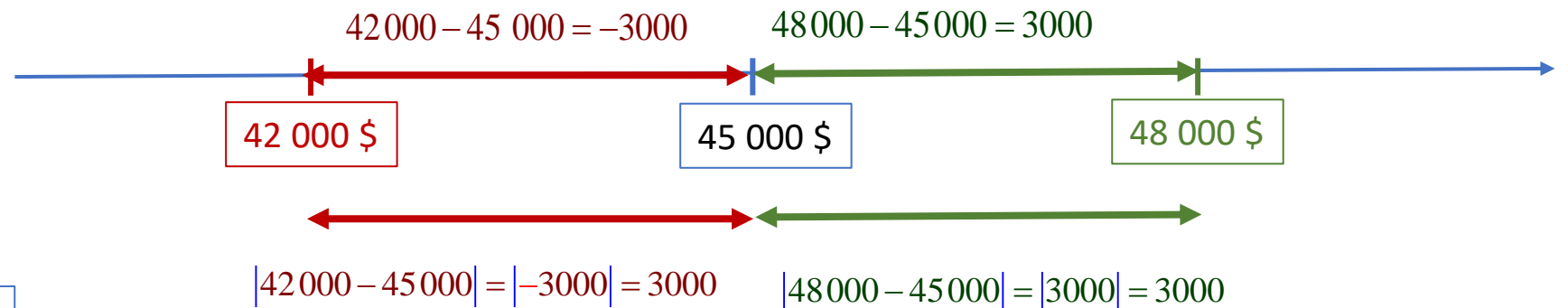
- Mme Guiva et Mr Messi travaillent dans une même entreprise.
- Salaire moyen des employés de l'entreprise : 45 000 \$
- De combien s'écarte le salaire de chacun de ces deux employés par rapport au salaire moyen ?



salaire annuel :  
42 000 \$



salaire annuel :  
48 000 \$



Valeur absolue de (- 3000) = 3000

Valeur absolue de (3000) = 3000

# Valeur absolue d'un nombre

Soit  $a$  et  $b$  deux nombres réels.

La distance, sur la droite réelle, entre  $a$  et  $b$  est égale  $|a - b|$

Soit  $x \in \mathbb{R}$ ,

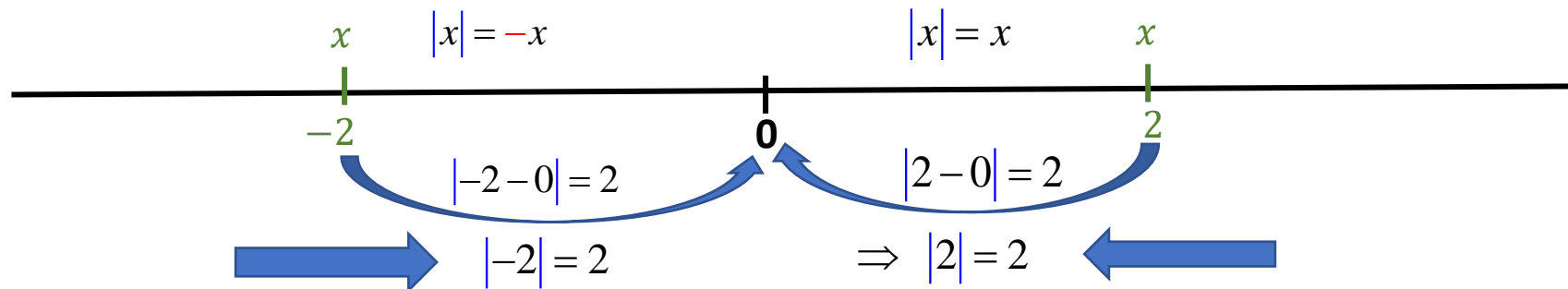
$|x|$  : La distance entre  $x$  et 0

$$|x| = \begin{cases} -x & \text{si } x < 0 \\ x & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

**À mémoriser**

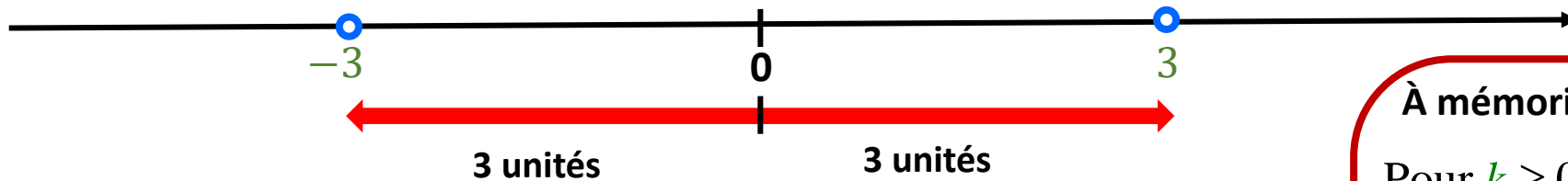
$$|\text{nombre}| = \begin{cases} -\text{nombre} & \text{si } \text{nombre} < 0 \\ \text{nombre} & \text{si } \text{nombre} \geq 0 \end{cases}$$

$$|\text{nombre}| = 0 \Leftrightarrow \text{nombre} = 0$$



# Résolution inéquation avec valeur absolue d'un nombre

**Exemple 2** Trouver l'ensemble des valeurs réelles  $x$  vérifiant  $|x| < 3$



$$\{x \in \mathbb{R} \mid |x| < 3\} = \{x \in \mathbb{R} \mid -3 < x < 3\} = ]-3, 3[$$

À mémoriser

Pour  $k \geq 0$ ,

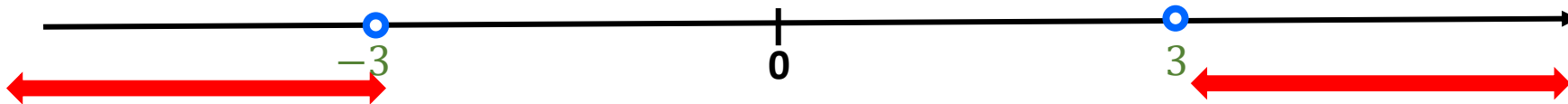
$$|\text{nombre}| \leq k \Leftrightarrow -k \leq \text{nombre} \leq k$$

$$|\text{nombre}| \geq k \Leftrightarrow \text{nombre} \leq -k \text{ ou } \text{nombre} \geq k$$

Pour  $k < 0$

$$|\text{nombre}| < k \text{ impossible}$$

**Remarque**  $\{x \in \mathbb{R} \mid |x| > 3\} = \{x \in \mathbb{R} \mid x < -3 \text{ et } x > 3\} = ]-\infty, -3[ \cup ]3, \infty[$



# Résolution inéquation avec valeur absolue d'un nombre

**Exemple 3** Trouver l'ensemble des valeurs réelles  $x$  vérifiant  $|x-4| < 1$

$$\begin{array}{c} |x-4| \leq 1 \\ \leftarrow \text{nombre} \quad \uparrow k \end{array} \Leftrightarrow -1 \leq x-4 \leq 1$$

$$\Leftrightarrow -1+4 \leq x-4+4 \leq 1+4$$

$$\Leftrightarrow 3 \leq x \leq 5$$

$$\{x \in \mathbb{R} \mid |x-4| \leq 1\} = \{x \in \mathbb{R} \mid 3 \leq x \leq 5\} = [3, 5]$$

À mémoriser

$$|x - 4| < 1$$

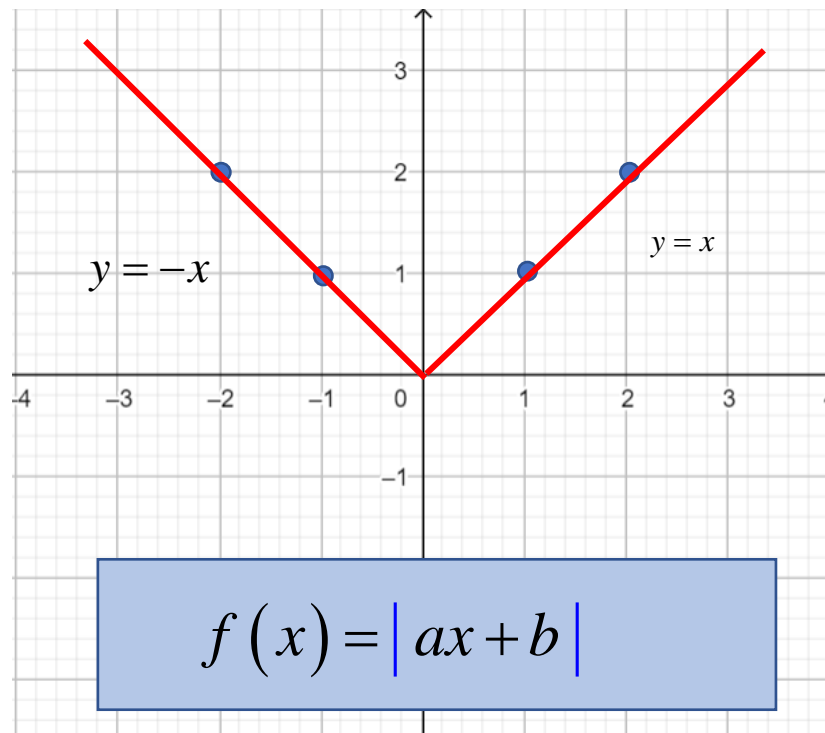
# Fonction valeur absolue et son graphe

## Graphe de la fonction valeur absolue

$$f(x) = |x| = \begin{cases} -x & \text{si } x < 0 \\ x & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

$$y = -x$$

$x$	$y$
-1	1
-2	2



$$y = x$$

$x$	$y$
1	1
2	2

# Fonction valeur absolue et son graphe

Graphe de la fonction  $f(x) = |g(x)|$

$$f(x) = |g(x)| = \begin{cases} -g(x) & \text{si } g(x) < 0 \\ g(x) & \text{si } g(x) \geq 0 \end{cases}$$

**À mémoriser**

$$|\text{nombre}| = \begin{cases} -\text{nombre} & \text{si } \text{nombre} < 0 \\ \text{nombre} & \text{si } \text{nombre} \geq 0 \end{cases}$$

**Exemple 4**

$$f(x) = |x-1| = \begin{cases} -(x-1) & \text{si } (x-1) < 0 \\ x-1 & \text{si } (x-1) \geq 0 \end{cases}$$

$$x-1 < 0 \Leftrightarrow x < 1$$

$$x-1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 1$$

$$\Leftrightarrow f(x) = |x-1| = \begin{cases} -(x-1) & \text{si } x < 1 \\ x-1 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$



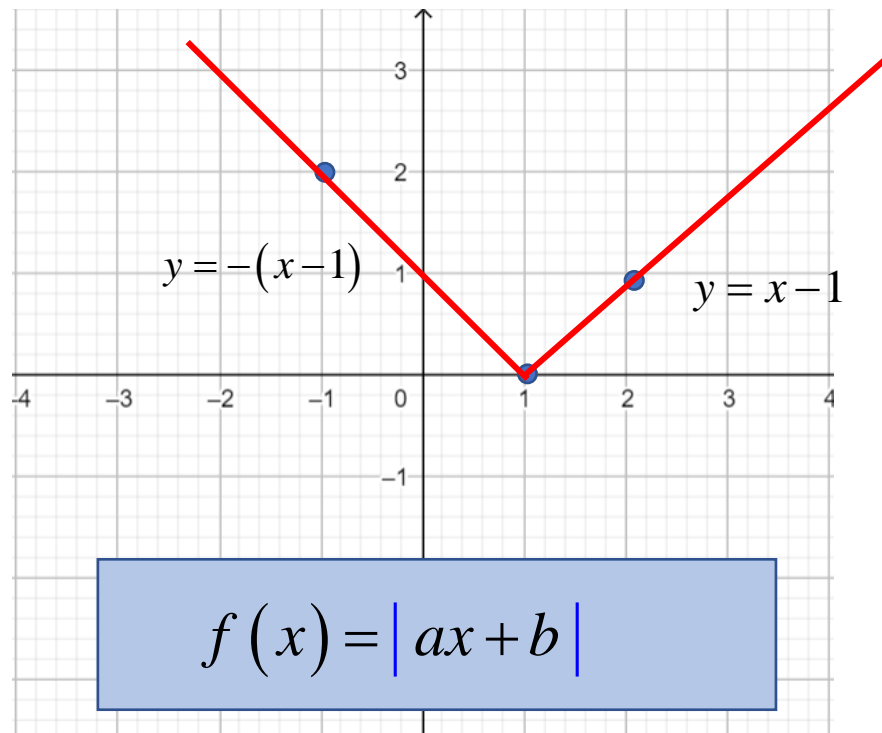
# Fonction valeur absolue et son graphe

## Graphe de la fonction valeur absolue

$$f(x) = |x-1| = \begin{cases} -(x-1) & \text{si } x < 1 \\ x-1 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

$$y = -(x-1) = 1-x$$

$x$	$y$
-1	2
1	0



$$y = x-1$$

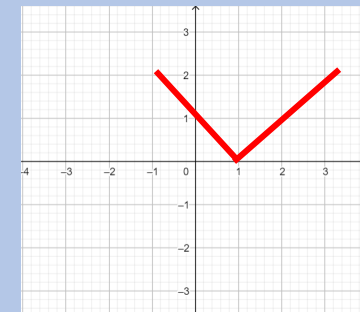
$x$	$y$
1	0
2	1

# Résumé

- $|nombre| = \begin{cases} -nombre & \text{si } nombre < 0 \\ nombre & \text{si } nombre \geq 0 \end{cases}$

$$|g(x)| = \begin{cases} -g(x) & \text{si } g(x) < 0 \\ g(x) & \text{si } g(x) \geq 0 \end{cases}$$

- Le graphe de la fonction  $f(x) = |ax + b|$  prend toujours la forme d'un **V**



## Bibliographie

- Michèle Gingras, Mathématiques d'appoint, 5<sup>e</sup> édition, 2015, Édition Chenelière éducation
- Josée Hamel, Mise à niveau Mathématiques, 2<sup>e</sup> édition, 2017, Éditions du Renouveau pédagogique (ERPI)

# Quiz niveau 1

Dites si les énoncés suivants sont vrais ou faux :

Énoncé

$$\{x \in \mathbb{R} \mid |x| < 2\} = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$$

$$\{x \in \mathbb{R} \mid |x| \leq 1\} = [-1, 1]$$

$$\{x \in \mathbb{R} \mid |x - 1| < 1\} = ]-1, 1[$$

$$\{x \in \mathbb{R} \mid |x - 2| \leq 1\} = [1, 3]$$

$$\{x \in \mathbb{R} \mid |x - 2| \geq 1\} = ]-\infty, 1] \cup [3, \infty[$$



Réponses page suivante

# Quiz niveau 1

Dites si les énoncés suivants sont vrais ou faux :

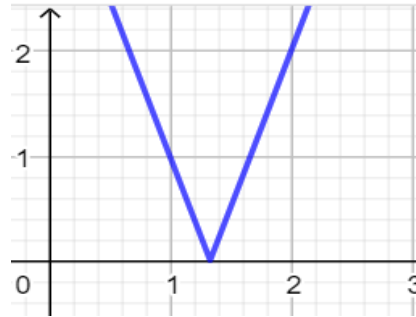
Énoncé	Réponses
$\{x \in \mathbb{R} \mid  x  < 2\} = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$	<b>Faux</b>
$\{x \in \mathbb{R} \mid  x  \leq 1\} = [-1, 1]$	<b>Vrai</b>
$\{x \in \mathbb{R} \mid  x - 1  < 1\} = ]-1, 1[$	<b>Faux</b>
$\{x \in \mathbb{R} \mid  x - 2  \leq 1\} = [1, 3]$	<b>Vrai</b>
$\{x \in \mathbb{R} \mid  x - 2  \geq 1\} = ]-\infty, 1] \cup [3, \infty[$	<b>Vrai</b>

## Quiz niveau 2

Associez à chaque fonction son graphe :

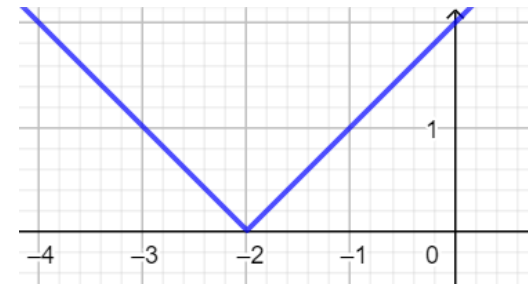
- $f(x) = |2x - 4|$

A.



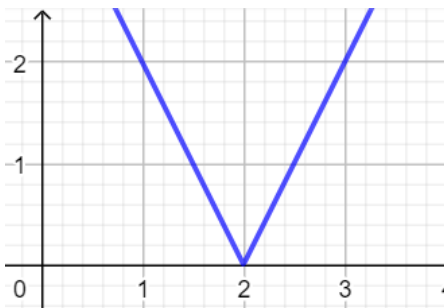
- $g(x) = |3x - 4|$

B.



- $h(x) = |x + 2|$

C.



Réponses page suivante

# Quiz niveau 2

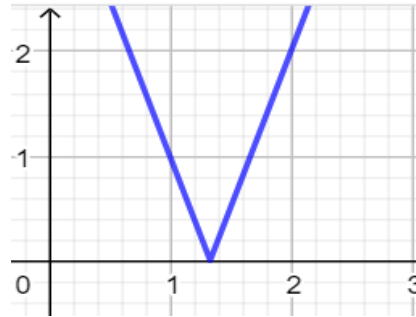
Associez à chaque fonction son graphe :

■  $f(x) = |2x - 4|$

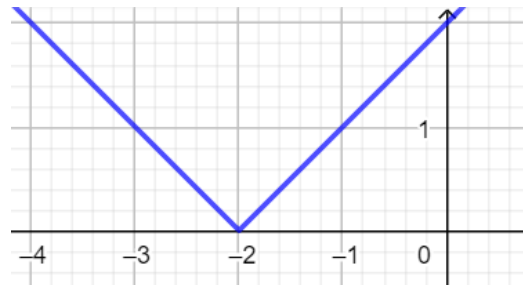
■  $g(x) = |3x - 4|$

■  $h(x) = |x + 2|$

A.



B.



C.

