

POLYNÔMES ADDITION ET SOUSTRACTION



POLYNÔMES

ADDITION ET SOUSTRACTION

- Définitions et caractéristiques
- Racines d'un polynôme
- Addition et soustraction de polynômes

Definitions et caractéristiques

Constante : Une quantité ayant une valeur fixe.

$$5, \sqrt{2}, \pi, \dots$$

Variable : Une quantité pouvant prendre n'importe quelle valeur dans un ensemble donné.

$$x, y, z, t, \dots$$

Terme : Une expression algébrique obtenue par multiplication d'une constante et d'une ou plusieurs variables pouvant être affectées d'exposants,

Exemple 1 Constantes et variables d'un terme

Termes	Constantes	Variables
$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{4}$	Aucune
$\frac{\pi}{2} r^2$	$\frac{\pi}{2}$	r
yz	1	y et z
$ax^2, a \neq 0$	a	x
$-2xyz^2$	-2	x, y et z

Definitions et caractéristiques

Polynôme : Une expression algébrique résultant d'une somme ou une différence de termes dans lesquels les exposants des variables sont des entiers positifs ou nuls

Monôme : Un polynôme composé d'un seul terme

Binôme : Un polynôme composé de deux termes.

Trinôme : Polynôme composé de trois termes.

Exemple 1 Polynômes

$$2x^2 + x - 3$$

$$x + y - z + t$$

$$\pi x + yz$$

$$2x + 1$$

$$\frac{1}{3}t^2 - 2t$$

$$2$$

Exemple 2 Monômes

$$ax^2$$

$$xy^3$$

$$-3$$

$$\pi x$$

$$yz$$

Exemple 3 Binômes

$$2x + 1$$

$$ax^2 + bx, \text{ où } a \text{ et } b \neq 0$$

Exemple 4 Trinômes

$$2x^2 + x - 3$$

$$x^2 + xy + 1$$

$$2x^2 + x + \sqrt[4]{6}$$

Definitions et caractéristiques

Degré d'un polynôme

Terme constant : terme ne contenant pas de variable.

Coefficient d'un terme : constante du terme

Degré d'un terme d'un polynôme : somme des exposants qui composent le terme.

Degré d'un polynôme : le plus grand des degrés de ses termes.

Exemple 1 Degré des termes ou du polynôme

Terme	Degré
$\frac{3}{4} = \frac{3}{4}x^0$	0
yz	2
y^2	2
$-2xyz^2$	4
$5x^2 + xy^3 - 3$	4
$x + y - z + t$	1

Definitions et caractéristiques

Termes semblables

Termes semblables : seuls les coefficients peuvent faire la différence entre les termes.

Monômes à une variable: x^2 et $-5x^2$ sont des termes **semblables**

Les monômes, à une variable, de même degré sont des termes **semblables**.



Monômes à deux variables ou plus: deux termes de même degré peuvent ne pas être semblables

x^2y et $-5x^2y$ ← semblables




x^2y et xy^2 ← non semblables

Definitions et caractéristiques

Polynôme de degré n à une variable

- $P = ax + b, a \neq 0$: polynôme de degré **1** à une variable
- $P = ax^2 + bx + c, a \neq 0$: polynôme de degré **2** à une variable
- $P = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_1 x + a_0, a_n \neq 0$: polynôme de degré **n** à une variable

Exemple 2 degré d'un polynôme à une variable

Expression	Degré, si l'expression est un polynôme
$\sqrt{2}x^2 + 1$ 	Polynôme de degré 2
$1 - x + 2x^2 + \frac{1}{2}x^5$ 	Polynôme de degré 5
 $2x^{\frac{3}{2}} - 2x + 1$	n'est pas un polynôme à cause de $x^{\frac{3}{2}}$

Racine (ou zéro) d'un polynôme de degré n à une variable

Évaluer un polynôme pour une valeur

$$P = x^2 - 2x + 1 \Rightarrow P|_{x=3} = 3^2 - 2(3) + 1 = 4$$

$$P = x^2 - 2x + 1 \Rightarrow P|_{x=1} = 1^2 - 2(1) + 1 = 0$$

$x = 1$: racine de P

Racine (ou zéro) d'un polynôme

$P = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_1 x + a_0, a_n \neq 0$: polynôme de degré n à une variable

Une racine (ou un zéro) du polynôme P est une valeur réelle r_0 telle que

$$P|_{x=r_0} = a_n r_0^n + a_{n-1} r_0^{n-1} + a_{n-2} r_0^{n-2} + \dots + a_1 r_0 + a_0 = 0$$

Addition et soustraction de polynômes à une variable

Additionner ou soustraire des polynômes : consiste à regrouper les termes semblables et à additionner ou soustraire les constantes correspondantes

Exemple 3 : polynômes à une variable

Addition de $x^2 + x$ et $2x^3 - x^2 - 3x$

$$\begin{aligned}x^2 + x + 2x^3 - x^2 - 3x &= 2x^3 + (-x^2 + x^2) + (-3x + x) \\ &= 2x^3 + 0 + (-2x) \\ &= 2x^3 - 2x\end{aligned}$$

Soustraction de $x^2 + x$ et $2x^3 - x^2 - 3x$

$$\begin{aligned}x^2 + x - (2x^3 - x^2 - 3x) &= x^2 + x - 2x^3 + x^2 + 3x \\ &= -2x^3 + (x^2 + x^2) + (x + 3x) \\ &= -2x^3 + 2x^2 + 4x\end{aligned}$$

$$\begin{array}{r}x^2 + x \\ + 2x^3 - x^2 - 3x \\ \hline 2x^3 + 0 - 2x\end{array}$$

$$\begin{array}{r}x^2 + x \\ - (2x^3 - x^2 - 3x) \\ \hline -2x^3 + 2x^2 + 4x\end{array}$$

Addition et soustraction de polynômes à deux variables ou plus

Exemple 4 polynômes à deux variables ou plus

Addition de $-x^3y + x^2y + xy$ et $2x^3y - x^2y^2 - 3xy$

$$\begin{array}{r} -x^3y \quad + x^2y + xy \\ 2x^3y - x^2y^2 \quad - 3xy \\ \hline x^3y - x^2y^2 + x^2y - 2xy \end{array}$$

Soustraction: ajouter l'opposé du deuxième polynôme, soit $-2x^3y + x^2y^2 + 3xy$

$$\begin{array}{r} -x^3y \quad + x^2y + xy \\ -2x^3y + x^2y^2 \quad + 3xy \\ \hline -3x^3y + x^2y^2 + x^2y + 4xy \end{array}$$

Résumé

- Polynômes : Somme ou une différence de termes dans lesquels les variables sont affectées d'exposants entiers positifs ou nuls
- Degré du polynôme: Le plus grand des degrés de ses terme
- Addition et soustraction: par regroupement de termes semblables

Bibliographie

- Michèle Gingras, Mathématique d'appoint, 5^e édition, 2015, Éditeur Chenelière éducation
- Josée Hamel, Mise à niveau Mathématique, 2^e édition, 2017, Éditeur Pearson (ERPI)

Quiz niveau 1

Dites si les énoncés suivants sont vrais ou faux :

Énoncé

$ax + b$, $a \neq 0$ est un polynôme de degré 2

x^2y et xy^2 sont des termes semblables

$ax^3 + b$, $a \neq 0$ est un binôme

$t^3 + \sqrt{t} + 5$ est un polynôme de degré 3

Le résultat de la soustraction de $-x^4 + 2x^3 - x + 1$ et de $-x^4 + 2x^3 - x^2 + 1$ est un polynôme de degré 2

$P = 0$ est un polynôme de degré zéro.



Réponses à la page suivante

Quiz niveau 1

Dites si les énoncés suivants sont vrais ou faux :

Énoncé	Réponses
$ax + b$, $a \neq 0$ est un polynôme de degré 2	Faux
x^2y et xy^2 sont des termes semblables	Faux
$ax^3 + b$, $a \neq 0$ est un binôme	Vrai
$t^3 + \sqrt{t} + 5$ est un polynôme de degré 3	Faux
Le résultat de la soustraction de $-x^4 + 2x^3 - x + 1$ et de $-x^4 + 2x^3 - x^2 + 1$ est un polynôme de degré 2	Vrai
$P = 0$ est un polynôme de degré zéro.	Vrai

Quiz niveau 2

Dites si la valeur de r_o est une racine du polynôme

Énoncé

$$x^3 - x^2 + x - 1 \text{ et } r_o = 1$$

$$x^3 + x^2 + x + 1 \text{ et } r_o = -1$$

$$x^2 + 4x + 4 \text{ et } r_o = -2$$

$$x^2 + 4x + 4 \text{ et } r_o = 2$$

$$25 - x^2 \text{ et } r_o = -5$$



Réponses à la page suivante

Quiz niveau 2

Dites si la valeur de r_o est une racine du polynôme

Énoncé	Réponses
$x^3 - x^2 + x - 1$ et $r_o = 1$	Vrai
$x^3 + x^2 + x + 1$ et $r_o = -1$	Vrai
$x^2 + 4x + 4$ et $r_o = -2$	Vrai
$x^2 + 4x + 4$ et $r_o = 2$	Faux
$25 - x^2$ et $r_o = -5$	Vrai

Quiz niveau 3

Pour permettre aux étudiants de l'année préparatoire de profiter du temps des fêtes, Messi, un ancien étudiant de HEC, aimerait organiser un spectacle dans une salle qui comporte au maximum 100 places. Messi a établi que si le billet coûte 15 \$, la salle sera comble et que pour toute augmentation de 3 \$ du prix du billet, il y aura une diminution des ventes de 4 billets. Notons x le nombre d'augmentations de 3 dollars.

Déterminez un polynôme donnant le revenu de sa vente.

- A. $(15 + 3x) + (100 - 4x)$
- B. $(15 + 3x)(100 - 4x)$
- C. $(15 - 3x)(100 + 4x)$

Réponses à la page suivante



Quiz niveau 3

Pour permettre aux étudiants de l'année préparatoire de profiter du temps des fêtes, Messi, un ancien étudiant de HEC, aimerait organiser un spectacle dans une salle qui comporte au maximum 100 places. Messi a établi que si le billet coûte 15 \$, la salle sera comble et que pour toute augmentation de 3 \$ du prix du billet, il y aura une diminution des ventes de 4 billets. Notons x le nombre d'augmentations de 3 dollars.

Déterminez un polynôme donnant le revenu de sa vente.

A. $(15 + 3x) + (100 - 4x)$

B. $(15 + 3x)(100 - 4x)$

C. $(15 - 3x)(100 + 4x)$

