

Opérations sur les fractions numériques



OPERATIONS SUR LES FRACTIONS NUMERIQUES

- Simplification d'une fraction
- Produit de deux fractions
- Quotient de deux fractions
- Somme de deux fractions

Rappel

Mise en garde

- si $a \neq 0 \Rightarrow \frac{0}{a} = 0$
- si $a \neq 0 \Rightarrow \frac{a}{0}$ n'est pas définie
- Une fraction $\frac{a}{b}$ est définie si et seulement si $b \neq 0$
- $\frac{0}{0}$ est une forme indéterminée

Propriété

- Pour une fraction $\frac{a}{b}$, $b \neq 0$
 - $\frac{a}{b} = \frac{a \times c}{b \times c}$, $c \neq 0$
 - $\frac{a}{b} = \frac{a \div c}{b \div c}$, $c \neq 0$

Simplification d'une fraction

$$\frac{12}{15} = \frac{\cancel{3} \times 4}{\cancel{3} \times 5} = \frac{4}{5} \quad \leftarrow \text{Fraction irréductible}$$

$\downarrow \qquad \qquad \downarrow$

$$0,8 = 0,8$$

Simplifier une fraction $\frac{a}{b}$, $b \neq 0$, revient à trouver une fraction équivalente (égale) à $\frac{a}{b}$ ayant un numérateur et un dénominateur qui n'ont **aucun facteur en commun** (fraction irréductible).

Pour trouver la fraction irréductible, on divise le numérateur et le dénominateur par le plus grand facteur commun

Simplification d'une fraction

Exemples

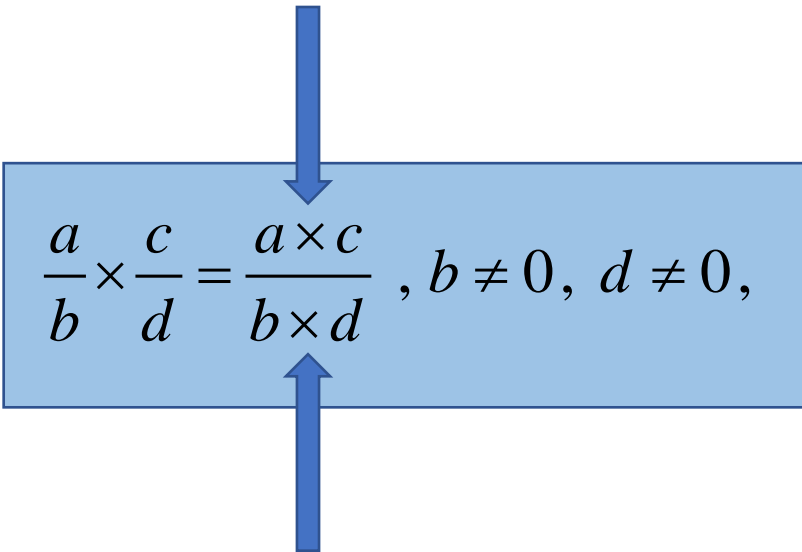
$$\frac{2}{6} = \frac{\cancel{2} \times 1}{\cancel{2} \times 3} = \frac{1}{3}$$


$$\frac{3}{9} = \frac{\cancel{3} \times 1}{\cancel{3} \times 3} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{10}{35} = \frac{\cancel{5} \times 2}{\cancel{5} \times 7} = \frac{2}{7}$$

$$\frac{24}{36} = \frac{2 \times 12}{2 \times 18} = \frac{2 \times 3 \times 4}{2 \times 3 \times 6} = \frac{\cancel{2} \times \cancel{3} \times \cancel{2} \times 2}{\cancel{2} \times \cancel{3} \times 3 \times 2} = \frac{2}{3}$$


Produit de deux fractions



$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}, b \neq 0, d \neq 0,$$

$$\frac{1}{2} \times \frac{3}{5} = \frac{1 \times 3}{2 \times 5} = \frac{3}{10}$$


$$\frac{4}{15} \times \frac{3}{2} = \frac{4 \times 3}{15 \times 2} = \frac{\cancel{2} \times 2 \times \cancel{3}}{\cancel{3} \times 5 \times \cancel{2}} = \frac{2}{5}$$

Division de deux fractions

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{a \times d}{b \times c}, \quad b \neq 0, c \neq 0, d \neq 0$$


$$\frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{5}} = \frac{1}{2} \times \frac{5}{3} = \frac{1 \times 5}{2 \times 3} = \frac{5}{6}$$


$$\frac{\frac{5}{9}}{\frac{20}{21}} = \frac{5}{9} \times \frac{21}{20} = \frac{5 \times 21}{9 \times 20} = \frac{\cancel{5} \times \cancel{3} \times 7}{\cancel{3} \times 3 \times 4 \times \cancel{5}} = \frac{7}{12}$$

Somme ou différence de deux fractions

Lorsqu'on fait la somme ou la différence de deux fractions, on doit d'abord mettre les deux fractions au même dénominateur

Exemple 1

$$\frac{1}{2} + \frac{5}{3} = \frac{1 \times 3}{2 \times 3} + \frac{5 \times 2}{3 \times 2} = \frac{3}{6} + \frac{10}{6} = \frac{3+10}{6} = \frac{13}{6}$$

$2 \times 3 = 6$

Exemple 2

$$-\frac{3}{4} + \frac{5}{6} = -\frac{3 \times 3}{4 \times 3} + \frac{5 \times 2}{6 \times 2} = \frac{-9+10}{12} = \frac{1}{12}$$

Exemple 3

$$2 - \frac{4}{5} = \frac{2}{1} - \frac{4}{5} = \frac{2 \times 5}{1 \times 5} - \frac{4}{5} = \frac{10-4}{5} = \frac{6}{5}$$

$k \in \mathbb{Z} \Rightarrow k = \frac{k}{1}$

$2 = \frac{2}{1}$

Résumé

- Une fraction $\frac{a}{b}$ est définie si et seulement si $b \neq 0$
- si $a \neq 0 \Rightarrow \frac{a}{0}$ n'est pas définie
- si $a \neq 0 \Rightarrow \frac{0}{a} = 0$
- Le produit de deux fractions numériques, s'obtient en multipliant-les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux.
- Pour effectuer une division de deux fractions, on multiplie la première fraction par l'inverse de la seconde et on simplifie, si possible.
- Pour effectuer la somme ou la différence de deux fractions, il faut d'abord mettre les deux fractions au même dénominateur.

Références

- Michèle Gingras, Mathématiques d'appoint, 5^e édition, 2015, Édition Chenelière éducation
- Josée Hamel, Mise à niveau Mathématiques, 2^e édition, 2017, Éditions du Renouveau pédagogique (ERPI)