

POLYNÔMES ADDITION ET SOUSTRACTION



POLYNÔMES

ADDITION ET SOUSTRACTION

- Définitions et caractéristiques
- Racines d'un polynôme
- Addition et soustraction de polynômes

Definitions et caractéristiques

Constante : Une quantité ayant une valeur fixe.

$$5, \sqrt{2}, \pi, \dots$$

Variable : Une quantité pouvant prendre n'importe quelle valeur dans un ensemble donné.

$$x, y, z, t, \dots$$

Terme : Une expression algébrique obtenue par multiplication d'une constante et d'une ou plusieurs variables pouvant être affectées d'exposants,

Exemple 1 Constantes et variables d'un terme

Termes	Constantes	Variables
$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{4}$	Aucune
$\frac{\pi}{2} r^2$	$\frac{\pi}{2}$	r
yz	1	y et z
$ax^2, a \neq 0$	a	x
$-2xyz^2$	-2	x, y et z

Definitions et caractéristiques

Polynôme : Une expression algébrique résultant d'une somme ou une différence de termes dans lesquels les exposants des variables sont des entiers positifs ou nuls

Monôme : Un polynôme composé d'un seul terme

Binôme : Un polynôme composé de deux termes.

Trinôme : Polynôme composé de trois termes.

Exemple 1 Polynômes

$$2x^2 + x - 3$$

$$x + y - z + t$$

$$\pi x + yz$$

$$2x + 1$$

$$\frac{1}{3}t^2 - 2t$$

$$2$$

Exemple 2 Monômes

$$ax^2$$

$$xy^3$$

$$-3$$

$$\pi x$$

$$yz$$

Exemple 3 Binômes

$$2x + 1$$

$$ax^2 + bx, \text{ où } a \text{ et } b \neq 0$$

Exemple 4 Trinômes

$$2x^2 + x - 3$$

$$x^2 + xy + 1$$

$$2x^2 + x + \sqrt[4]{6}$$

Definitions et caractéristiques

Degré d'un polynôme

Terme constant : terme ne contenant pas de variable.

Coefficient d'un terme : constante du terme

Degré d'un terme d'un polynôme : somme des exposants qui composent le terme.

Degré d'un polynôme : le plus grand des degrés de ses termes.

Exemple 1 Degré des termes ou du polynôme

Terme	Degré
$\frac{3}{4} = \frac{3}{4}x^0$	0
yz	2
y^2	2
$-2xyz^2$	4
$5x^2 + xy^3 - 3$	4
$x + y - z + t$	1

Definitions et caractéristiques

Termes semblables

Termes semblables : seuls les coefficients peuvent faire la différence entre les termes.

Monômes à une variable: x^2 et $-5x^2$ sont des termes **semblables**

Les monômes, à une variable, de même degré sont des termes **semblables**.



Monômes à deux variables ou plus: deux termes de même degré peuvent ne pas être semblables

x^2y et $-5x^2y$ ← semblables

x^2y et xy^2 ← non semblables

Definitions et caractéristiques

Polynôme de degré n à une variable

- $P = ax + b, a \neq 0$: polynôme de degré **1** à une variable
- $P = ax^2 + bx + c, a \neq 0$: polynôme de degré **2** à une variable
- $P = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_1 x + a_0, a_n \neq 0$: polynôme de degré **n** à une variable

Exemple 2 degré d'un polynôme à une variable

Expression	Degré, si l'expression est un polynôme
$\sqrt{2}x^2 + 1$ 	Polynôme de degré 2
$1 - x + 2x^2 + \frac{1}{2}x^5$ 	Polynôme de degré 5
 $2x^{\frac{3}{2}} - 2x + 1$	n'est pas un polynôme à cause de $x^{\frac{3}{2}}$

Racine (ou zéro) d'un polynôme de degré n à une variable

Évaluer un polynôme en un point

$$P = x^2 - 2x + 1 \Rightarrow P|_{x=3} = 3^2 - 2(3) + 1 \\ = 4$$

$$P = x^2 - 2x + 1 \Rightarrow P|_{x=1} = 1^2 - 2(1) + 1 \\ = 0 \quad \leftarrow$$

$x = 1$: racine de P

Racine (ou zéro) d'un polynôme

$P = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_1 x + a_0, a_n \neq 0$: polynôme de degré n à une variable

Une racine (ou un zéro) du polynôme P est une valeur réelle r_0 telle que

$$P|_{x=r_0} = a_n r_0^n + a_{n-1} r_0^{n-1} + a_{n-2} r_0^{n-2} + \dots + a_1 r_0 + a_0 = 0$$

Addition et soustraction de polynômes à une variable

Additionner ou soustraire des polynômes : consiste à regrouper les termes semblables et à additionner ou soustraire les constantes correspondantes

Exemple 3 : polynômes à une variable

Addition de $x^2 + x$ et $2x^3 - x^2 - 3x$

$$\begin{aligned}x^2 + x + 2x^3 - x^2 - 3x &= 2x^3 + (-x^2 + x^2) + (-3x + x) \\ &= 2x^3 + 0 + (-2x) \\ &= 2x^3 - 2x\end{aligned}$$

Soustraction de $x^2 + x$ et $2x^3 - x^2 - 3x$

$$\begin{aligned}x^2 + x - (2x^3 - x^2 - 3x) &= x^2 + x - 2x^3 + x^2 + 3x \\ &= -2x^3 + (x^2 + x^2) + (x + 3x) \\ &= -2x^3 + 2x^2 + 4x\end{aligned}$$

$$\begin{array}{r}x^2 + x \\ + 2x^3 - x^2 - 3x \\ \hline 2x^3 + 0 - 2x\end{array}$$

$$\begin{array}{r}x^2 + x \\ - (2x^3 - x^2 - 3x) \\ \hline -2x^3 + 2x^2 + 4x\end{array}$$

Addition et soustraction de polynômes à deux variables ou plus

Exemple 4 polynômes à deux variables ou plus

Addition de $-x^3y + x^2y + xy$ et $2x^3y - x^2y^2 - 3xy$

$$\begin{array}{r} -x^3y \quad + x^2y + xy \\ 2x^3y - x^2y^2 \quad - 3xy \\ \hline x^3y - x^2y^2 + x^2y - 2xy \end{array}$$

Soustraction: ajouter l'opposé du deuxième polynôme, soit $-2x^3y + x^2y^2 + 3xy$

$$\begin{array}{r} -x^3y \quad + x^2y + xy \\ -2x^3y + x^2y^2 \quad + 3xy \\ \hline -3x^3y + x^2y^2 + x^2y + 4xy \end{array}$$

Résumé

- Polynômes : Somme ou une différence de termes dans lesquels les variables sont affectées d'exposants entiers positifs ou nuls
- Degré du polynôme: Le plus grand des degrés de ses termes
- Addition et soustraction: par regroupement de termes semblables

Références

- Michèle Gingras, Mathématique d'appoint, 5^e édition, 2015, Éditeur Chenelière éducation
- Josée Hamel, Mise à niveau Mathématique, 2^e édition, 2017, Éditeur Pearson (ERPI)