

HEC MONTRÉAL

DÉPARTEMENT DE SCIENCES DE LA DÉCISION
FATIHA KACHER - Maître d'enseignement
CENTRE D'AIDE EN MATHÉMATIQUES ET STATISTIQUE
MICHEL KEOULA - Coordonnateur

MATHÉMATIQUES D'APPOINT

POLYNÔMES - ADDITION ET SOUSTRACTION



POLYNÔMES – ADDITION ET SOUSTRACTION

1 DÉFINITIONS ET CARACTÉRISTIQUES

2 RACINES D'UN POLYNÔME

3 ADDITION ET SOUSTRACTION DE POLYNÔMES

POLYNÔMES – ADDITION ET SOUSTRACTION

1 Reconnaître un polynôme et le différencier d'autres expressions algébriques.

2 Déterminer le degré d'un polynôme.

3 Effectuer les opérations d'addition et de soustraction sur les polynômes.



1 DÉFINITIONS ET CARACTÉRISTIQUES

“

CONSTANTE

Une quantité ayant une valeur fixe.

$5, \sqrt{2}, \pi, \dots$

”

“

VARIABLE

Une quantité pouvant prendre n'importe quelle valeur dans un ensemble donné.

x, y, z, t, \dots

”

“

TERME

Une expression algébrique obtenue par multiplication d'une **constante** et d'une ou plusieurs **variables** pouvant être affectées d'exposants

”

1

DÉFINITIONS ET CARACTÉRISTIQUES

Exemple :

Constantes et variables d'un terme

TERMES	CONSTANTES	VARIABLES
$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{4}$	<i>Aucune</i>
$\frac{\pi}{2}r^2$	$\frac{\pi}{2}$	<i>r</i>
yz	1	<i>y et z</i>
$ax^2, a \neq 0$	<i>a</i>	<i>x</i>
$-2xyz^2$	-2	<i>x, y et z</i>

1 DÉFINITIONS ET CARACTÉRISTIQUES

“

POLYNÔME

Une expression algébrique résultant d'une somme ou d'une différence de termes dans lesquels les exposants des variables sont des entiers positifs ou nuls.

”

Exemple :

$$2x^2 + x - 3 \quad \pi x + yz$$

$$\frac{1}{3}t^2 - 2t \quad x + y - z + t$$

$$2x + 1 \quad 2$$

“

MONÔME

Un polynôme composé d'un seul terme.

”

Exemple :

$$ax^2 \quad xy^3$$

$$-3$$

$$\pi x \quad yz$$

“

BINÔME

Un polynôme composé de deux termes.

”

Exemple :

$$2x + 1$$

$$ax^2 + bx, \\ \text{où } a \text{ et } b \neq 0$$

“

TRINÔME

Un polynôme composé de trois termes.

”

Exemple :

$$2x^2 + x - 3$$

$$x^2 + xy + 1$$

$$2x^2 + x + \sqrt{6}$$

TERME CONSTANT

Terme ne contenant pas de variable.

COEFFICIENT D'UN TERME

Constante du terme

DEGRÉ D'UN TERME D'UN POLYNÔME

Somme des exposants qui composent le terme.

DEGRÉ D'UN POLYNÔME

Le plus grand des degrés de ses termes.

Exemples : Degré des termes ou du polynôme

TERME	DEGRÉ
$\frac{3}{4} = \frac{3}{4}x^0$	0
yz	2
y^2	2
$-2xyz^2$	4
$5x^2 + xy^3 - 3$	4
$x + y - z + t$	1

1

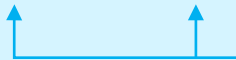
DÉFINITIONS ET CARACTÉRISTIQUES

TERMES SEMBLABLES

Termes semblables : seuls les coefficients peuvent faire la différence entre les termes.

► Monômes à une variable:

x^2 et $-5x^2$ sont des termes semblables



► Monômes à deux variables ou plus :


deux termes de même degré peuvent ne pas être semblables

x^2y et $-5x^2y$

◀ semblables

x^2y et xy^2

◀ non semblables



Les monômes, à une variable, de même degré sont des termes semblables.

1

DÉFINITIONS ET CARACTÉRISTIQUES

POLYNÔME DE DEGRÉ N À UNE VARIABLE

- ▶ $P = ax + b, a \neq 0 \longrightarrow$ polynôme de degré 1 à une variable
- ▶ $P = ax^2 + bx + c, a \neq 0 \longrightarrow$ polynôme de degré 2 à une variable
- ▶ $P = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_1 x + a_0, a_n \neq 0 \longrightarrow$ polynôme de degré n à une variable

Exemple :

Degré d'un polynôme à une variable

Expression	Degré, si l'expression est un polynôme
$\sqrt{2} x^2 + 1$ ↑	Polynôme de degré 2
$1 - x + 2x^2 + \frac{1}{2} x^5$ ↑	Polynôme de degré 5
$2x^{\frac{3}{2}} - 2x + 1$ →	n'est pas un polynôme à cause de $x^{\frac{3}{2}}$

2

RACINE (OU ZÉRO) D'UN POLYNÔME DE DEGRÉ N À UNE VARIABLE

EVALUER UN POLYNÔME EN UN POINT

$x = 1$
est une racine du
polynôme P



$$P = x^2 - 2x + 1 \Rightarrow P|_{x=3} = 3^2 - 2(3) + 1 = 4$$

$$P = x^2 - 2x + 1 \Rightarrow P|_{x=1} = 1^2 - 2(1) + 1 = 0$$

IMPORTANT

RACINE (OU ZÉRO) D'UN POLYNÔME :

IMPORTANT

$P = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_1 x + a_0, a_n \neq 0 \longrightarrow$ polynôme de degré n à une variable

► Une **racine** (ou un **zéro**) du polynôme P est une valeur réelle r_0 telle que

$$P|_{x=r_0} = a_n r_0^n + a_{n-1} r_0^{n-1} + a_{n-2} r_0^{n-2} + \dots + a_1 r_0 + a_0 = 0$$



Additionner ou soustraire des polynômes : consiste à regrouper les termes semblables et à additionner ou soustraire les constantes correspondantes

Exemple : Polynômes à une variable

- Addition de $x^2 + x$ et $2x^3 - x^2 - 3x$

$$\begin{aligned} x^2 + x + 2x^3 - x^2 - 3x &= 2x^3 + (-x^2 + x^2) + (-3x + x) \\ &= 2x^3 + 0 + (-2x) \\ &= 2x^3 - 2x \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} x^2 + x \\ + 2x^3 - x^2 - 3x \\ \hline 2x^3 + 0 - 2x \end{array}$$

- Soustraction de $x^2 + x$ et $2x^3 - x^2 - 3x$

$$\begin{aligned} x^2 + x - (2x^3 - x^2 - 3x) &= x^2 + x - 2x^3 + x^2 + 3x \\ &= -2x^3 + (x^2 + x^2) + (x + 3x) \\ &= -2x^3 + 2x^2 + 4x \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} x^2 + x \\ - (2x^3 - x^2 - 3x) \\ \hline -2x^3 + 2x^2 + 4x \end{array}$$

3 ADDITION ET SOUSTRACTION DE POLYNÔMES À DEUX VARIABLES OU PLUS



Additionner ou soustraire des polynômes : consiste à regrouper les termes semblables et à additionner ou soustraire les constantes correspondantes

Exemple : Polynômes à deux variables ou plus

- Addition de $-x^3y + x^2y + xy$ et $2x^3y - x^2y^2 - 3xy$

$$\begin{array}{r} -x^3y \quad \quad + x^2y + xy \\ + 2x^3y - x^2y^2 \quad - 3xy \\ \hline x^3y - x^2y^2 + x^2y - 2xy \end{array}$$

- Soustraction : ajouter l'opposé du deuxième polynôme, soit $-2x^3y + x^2y^2 + 3xy$

$$\begin{array}{r} -x^3y \quad \quad + x^2y + xy \\ + -2x^3y + x^2y^2 \quad + 3xy \\ \hline -3x^3y + x^2y^2 + x^2y + 4xy \end{array}$$



RÉSUMÉ POLYNÔMES – ADDITION ET SOUSTRACTION

1

Polynômes : somme ou une différence de termes dans lesquels les variables sont affectées d'exposants entiers positifs ou nuls.

2

Degré du polynôme : le plus grand des degrés de ses termes.

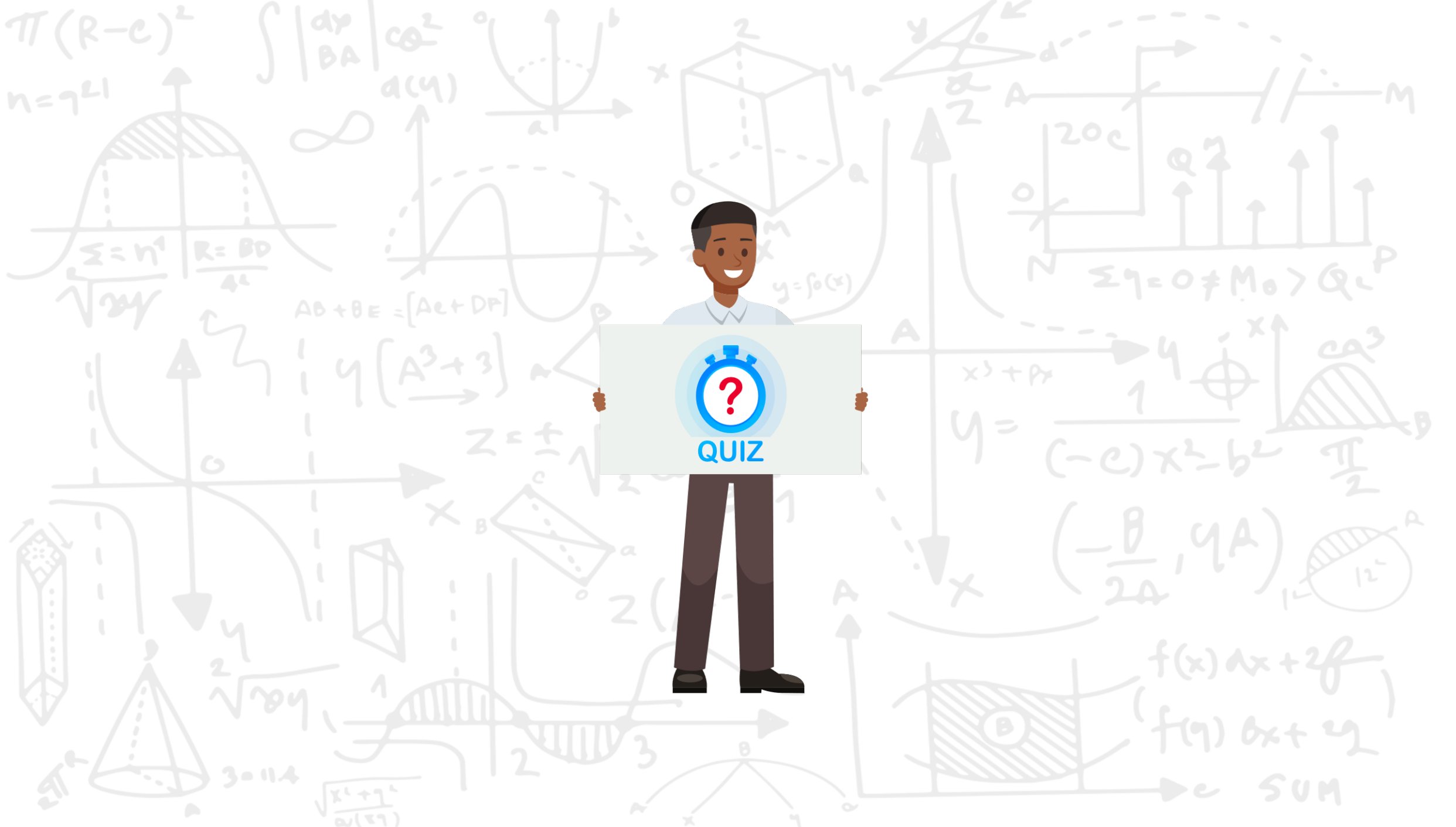
3

Addition et soustraction : par regroupement de termes semblables.



RÉFÉRENCES

- Michèle Gingras, **Mathématique d'appoint**, 5e édition, 2015, Éditeur Chenelière éducation.
- Josée Hamel, **Mise à niveau Mathématique**, 2e édition, 2017, Éditeur Pearson (ERPI)



QUIZ

HEC MONTRÉAL

DÉPARTEMENT DE SCIENCES DE LA DÉCISION
CENTRE D'AIDE EN MATHÉMATIQUES ET STATISTIQUE

2020

*Direction de l'apprentissage et de l'innovation pédagogique
Service de l'audiovisuel*