DÉPARTEMENT DE SCIENCES DE LA DÉCISION
FATIHA KACHER – Maître d'enseignement
CENTRE D'AIDE EN MATHÉMATIQUES ET STATISTIQUE
MICHEL KEOULA – Coordonnateur

MATHÉMATIQUES D'APPOINT

POLYNÔMES – MULTIPLICATION ET DIVISION

POLYNÔMES – ADDITION ET SOUSTRACTION

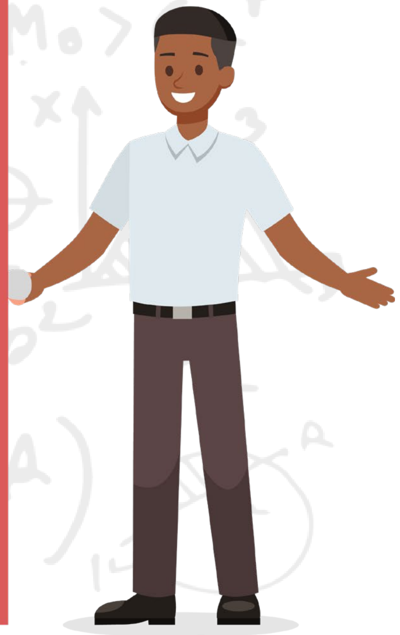
1 MULTIPLICATION DE POLYNÔMES

2 DIVISION DE POLYNÔMES

POLYNÔMES – ADDITION ET SOUSTRACTION

Calculer le produit de polynômes à une ou plusieurs variables .

Effectuer la division de deux polynômes à une variable.



1 MULTIPLICATION DE POLYNÔMES | EXEMPLE INTRODUCTIF

Capacité de la salle : 100 places

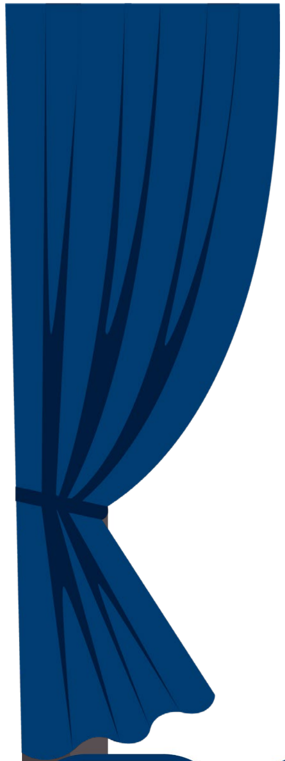
Prix du billet : 15 $ s'il vend 100 billets

Pour toute augmentation de 1$ du prix du billet → Il y a aura une diminution des ventes de 2 billets.

-1$

Revenu = ?

1 MULTIPLICATION DE POLYNÔMES | EXEMPLE INTRODUCTIF



100 places

15 $/chaque

+1$ → - TICKET

Revenu = ?

Revenu = Prix du billet × Demande

Le nombre d'augmentations de 1 $ du prix initial d'un billet

1 MULTIPLICATION DE POLYNÔMES | EXEMPLE INTRODUCTIF

100 places

15 $/chaque

+1$ → - TICKET

Revenu = ?

Revenu = Prix du billet × Demande

Variable (inconnue) x : *Le nombre d'augmentations de 1 $ du prix initial d'un billet*

x	Prix d'un billet (en $)	Demande (places)	Revenu (en $)
0	15	100	15×100
1	$15+1$	$100-2$	$(15+1)(100-2)$
2	$15+2$	$100-2\times2$	$(15+2)(100-2\times2)$
3	$15+3$	$100-3\times2$	$(15+3)(100-3\times2)$

1 MULTIPLICATION DE POLYNÔMES — EXEMPLE INTRODUCTIF

100 places

15 $/chaque

+1$ → - TICKET

Revenu = ?

Revenu = Prix du billet × Demande

Variable (inconnue) x : *Le nombre d'augmentations de 1 $ du prix initial d'un billet*

$$\textbf{Revenu} = \underbrace{(15+x)(100-2x)}_{\textit{Produit de deux polynômes}}$$

1 MULTIPLICATION DE POLYNÔMES | MULTIPLICATION DE MONÔMES

Multiplier des monômes implique l'utilisation des règles sur les puissances.

$$a^n a^m = a^{n+m}, \quad où \quad m, n \in \mathbb{N}^*$$

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}, \quad où \ a \neq 0 \ et \ m, n \in \mathbb{N}^*$$

$$(ab)^n = a^n b^n, \quad où \quad n \in \mathbb{N}^*$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}, \quad où \ b \neq 0 \ et \ n \in \mathbb{N}^*$$

$$(a^m)^n = a^{m \times n}, \quad où \quad m, n \in \mathbb{N}^*$$

MULTIPLICATION DE MONÔMES

Multiplier des monômes implique l'utilisation des règles sur les puissances.

Exemples :

Multiplication de monômes à **une** variable

Multiplication de x^2 et $-4x^3$

$$x^2(-4x^3) = -4x^{2+3} = -4x^5$$

Multiplication de monômes à **une ou plusieurs** variables

Multiplication de xyz^2 et $-4x^2$

$$xyz^2(-4x^2) = -4x^{1+2}yz^2 = -4x^3yz^2$$

Produit de puissances de même base

$$a^n a^m = a^{n+m}, \quad où \quad m,n \in \mathbb{N}^*$$

1 MULTIPLICATION DE POLYNÔMES — MULTIPLICATION D'UN POLYNÔME PAR UN MONÔME

Multiplier un polynôme par un monôme implique
l'utilisation des règles sur les puissances et la distributivité de la multiplication sur l'addition.

$$a^n a^m = a^{n+m}, \text{ où } m,n \in \mathbb{N}^*$$

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}, \text{ où } a \neq 0 \text{ et } m,n \in \mathbb{N}^*$$

$$(ab)^n = a^n b^n, \text{ où } n \in \mathbb{N}^*$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}, \text{ où } b \neq 0 \text{ et } n \in \mathbb{N}^*$$

$$(a^m)^n = a^{m \times n}, \text{ où } m,n \in \mathbb{N}^*$$

$$a \times (b+c) = a \times b + a \times c$$

1 MULTIPLICATION DE POLYNÔMES

MULTIPLICATION D'UN POLYNÔME PAR UN MONÔME

Multiplier un polynôme par un monôme implique
l'utilisation des règles sur les puissances et la distributivité de la multiplication sur l'addition.

Exemples :

Multiplication d'un polynôme par un monôme à **une** variable

Multiplication de $\underbrace{x^2}_{\text{Monôme}}$ et $\underbrace{2x^3 - x^2 - 3x + 4}_{\text{Polynôme}}$

MULTIPLICATION D'UN POLYNÔME PAR UN MONÔME

Multiplier un polynôme par un monôme implique
l'utilisation des règles sur les puissances et la distributivité de la multiplication sur l'addition.

Exemples :

Multiplication d'un polynôme par un monôme à **une** variable

Multiplication de x^2 et $2x^3 - x^2 - 3x + 4$

$$\begin{aligned} x^2(2x^3 - x^2 - 3x + 4) &= 2x^{3+2} - x^{2+2} - 3x^{1+2} + 4x^2 \\ &= 2x^5 - x^4 - 3x^3 + 4x^2 \end{aligned}$$

1 MULTIPLICATION DE POLYNÔMES | MULTIPLICATION D'UN POLYNÔME PAR UN MONÔME

Multiplier un polynôme par un monôme implique
l'utilisation des règles sur les puissances et la distributivité de la multiplication sur l'addition.

Exemples :

Multiplication d'un polynôme par un monôme à **une** variable

Multiplication de x^2 et $2x^3 - x^2 - 3x + 4$

$$x^2(2x^3 - x^2 - 3x + 4) = 2x^{3+2} - x^{2+2} - 3x^{1+2} + 4x^2$$
$$= 2x^5 - x^4 - 3x^3 + 4x^2$$

1 MULTIPLICATION DE POLYNÔMES

MULTIPLICATION D'UN POLYNÔME PAR UN MONÔME

Multiplier un polynôme par un monôme implique
l'utilisation des règles sur les puissances et la distributivité de la multiplication sur l'addition.

Exemples :

Multiplication d'un polynôme par un monôme à **une** variable

Multiplication de x^2 et $2x^3 - x^2 - 3x + 4$

$$x^2(2x^3 - x^2 - 3x + 4) = 2x^{3+2} - x^{2+2} - 3x^{1+2} + 4x^2$$
$$= 2x^5 - x^4 - 3x^3 + 4x^2$$

Multiplication d'un polynôme par un monôme à **plusieurs** variables

1 MULTIPLICATION DE POLYNÔMES | MULTIPLICATION D'UN POLYNÔME PAR UN MONÔME

Multiplier un polynôme par un monôme implique
l'utilisation des règles sur les puissances et la distributivité de la multiplication sur l'addition.

Exemples :

Multiplication d'un polynôme par un monôme à **une** variable

Multiplication de x^2 et $2x^3 - x^2 - 3x + 4$

$$x^2(2x^3 - x^2 - 3x + 4) = 2x^{3+2} - x^{2+2} - 3x^{1+2} + 4x^2$$
$$= 2x^5 - x^4 - 3x^3 + 4x^2$$

Multiplication d'un polynôme par un monôme à **plusieurs** variables

Multiplication de $\underbrace{xyz^2}_{\text{Monôme à plusieurs variables}}$ et $\underbrace{2x^3 - x^2 - 3x + 4}_{\text{Polynôme}}$

1 MULTIPLICATION DE POLYNÔMES

MULTIPLICATION D'UN POLYNÔME PAR UN MONÔME

Multiplier un polynôme par un monôme implique
l'utilisation des règles sur les puissances et la distributivité de la multiplication sur l'addition.

Exemples :

Multiplication d'un polynôme par un monôme à **une** variable

Multiplication de x^2 et $2x^3 - x^2 - 3x + 4$

$$x^2(2x^3 - x^2 - 3x + 4) = 2x^{3+2} - x^{2+2} - 3x^{1+2} + 4x^2$$
$$= 2x^5 - x^4 - 3x^3 + 4x^2$$

Multiplication d'un polynôme par un monôme à **plusieurs** variables

Multiplication de xyz^2 et $2x^3 - x^2 - 3x + 4$

$$xyz^2(2x^3 - x^2 - 3x + 4) = 2x^{3+1}yz^2 - x^{2+1}yz^2 - 3x^{1+1}yz^2 + 4xyz^2$$

1 MULTIPLICATION DE POLYNÔMES — MULTIPLICATION D'UN POLYNÔME PAR UN MONÔME

Multiplier un polynôme par un monôme implique
l'utilisation des règles sur les puissances et la distributivité de la multiplication sur l'addition.

Exemples :

Multiplication d'un polynôme par un monôme à **une** variable

Multiplication de x^2 et $2x^3 - x^2 - 3x + 4$

$$x^2(2x^3 - x^2 - 3x + 4) = 2x^{3+2} - x^{2+2} - 3x^{1+2} + 4x^2$$
$$= 2x^5 - x^4 - 3x^3 + 4x^2$$

Multiplication d'un polynôme par un monôme à **plusieurs** variables

Multiplication de xyz^2 et $2x^3 - x^2 - 3x + 4$

$$xyz^2(2x^3 - x^2 - 3x + 4) = 2x^{3+1}yz^2 - x^{2+1}yz^2 - 3x^{1+1}yz^2 + 4xyz^2$$

$$= 2x^4yz^2 - x^3yz^2 - 3x^2yz^2 + 4xyz^2$$

1 MULTIPLICATION DE POLYNÔMES — MULTIPLICATION D'UN POLYNÔME PAR UN MONÔME

Multiplier un polynôme par un monôme implique
l'utilisation des règles sur les puissances et la distributivité de la multiplication sur l'addition.

Exemples :

Multiplication d'un polynôme par un monôme à **une** variable

Multiplication de x^2 et $2x^3 - x^2 - 3x + 4$

$$x^2(2x^3 - x^2 - 3x + 4) = 2x^{3+2} - x^{2+2} - 3x^{1+2} + 4x^2$$
$$= 2x^5 - x^4 - 3x^3 + 4x^2$$

Multiplication d'un polynôme par un monôme à **plusieurs** variables

Multiplication de xyz^2 et $2x^3 - x^2 - 3x + 4$

$$xyz^2(2x^3 - x^2 - 3x + 4) = 2x^{3+1}yz^2 - x^{2+1}yz^2 - 3x^{1+1}yz^2 + 4xyz^2$$
$$= 2x^4yz^2 - x^3yz^2 - 3x^2yz^2 + 4xyz^2$$

1 MULTIPLICATION DE POLYNÔMES | MULTIPLICATION DE DEUX POLYNÔMES À UNE VARIABLE

Multiplier deux polynômes implique
l'utilisation des règles sur les puissances et la distributivité de la multiplication sur l'addition.

$$a^n a^m = a^{n+m}, \quad où \quad m, n \in \mathbb{N}^*$$

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}, \quad où \ a \neq 0 \ et \ m, n \in \mathbb{N}^*$$

$$(ab)^n = a^n b^n, \quad où \quad n \in \mathbb{N}^*$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}, \quad où \ b \neq 0 \ et \ n \in \mathbb{N}^*$$

$$\left(a^m\right)^n = a^{m \times n}, \quad où \quad m, n \in \mathbb{N}^*$$

$$a \times (b + c) = a \times b + a \times c$$

MULTIPLICATION DE DEUX POLYNÔMES À UNE VARIABLE

Multiplier deux polynômes implique
l'utilisation des règles sur les puissances et la distributivité de la multiplication sur l'addition.

Exemple :

Multiplication de polynômes à **une** variable

Multiplication de x^2+2x et $2x^3-x^2-3x+4$

$$(x^2+2x)(2x^3-x^2-3x+4) = x^2(2x^3-x^2-3x+4)+2x(2x^3-x^2-3x+4)$$

$$2x^5-x^4-3x^3+4x^2 \quad + 4x^4 - 2x^3-6x^2+ 8x$$

MULTIPLICATION DE DEUX POLYNÔMES À UNE VARIABLE

Multiplier deux polynômes implique
l'utilisation des règles sur les puissances et la distributivité de la multiplication sur l'addition.

Exemple :

Multiplication de polynômes à **une** variable

Multiplication de x^2+2x et $2x^3-x^2-3x+4$

$$\left(x^2+2x\right)\left(2x^3-x^2-3x+4\right)=x^2(2x^3-x^2-3x+4)+2x(2x^3-x^2-3x+4)$$

$$\begin{array}{rrrrrr} & 2x^5 & -x^4 & -3x^3 & +4x^2 & \\ + & & 4x^4 & -2x^3 & -6x^2 & +8x \\ \hline & 2x^5 & +3x^4 & -5x^3 & -2x^2 & +8x \end{array}$$

1 MULTIPLICATION DE POLYNÔMES — EXEMPLE INTRODUCTIF

100 places

15 $/chaque

+1$ → - TICKET

Revenu = ?

Revenu = Prix du billet × Demande

Variable (inconnue) x : *Le nombre d'augmentations de 1 $ du prix initial d'un billet*

$$\textbf{Revenu} = \overbrace{(15+x)(100-2x)}^{\textit{Produit de deux polynômes}}$$

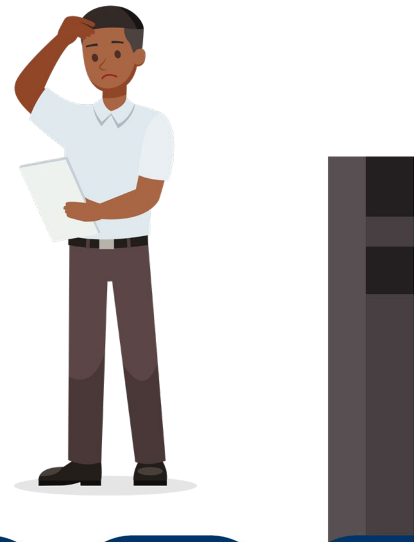
1 MULTIPLICATION DE POLYNÔMES | EXEMPLE INTRODUCTIF

$$\textbf{Revenu} = (15 + x)(100 - 2x)$$

$$= 15 \times 100 + 15 \times (-2x) + x \times 100 + (x) \times (-2x)$$

$$= 1500 + 70x - 2x^2$$

Développement du produit des deux polynômes



Exemple :

Multiplication de polynôme à plusieurs variables

Multiplication de x^2y+3xy^2 et $2x^3y-x^2y^2-3xy$

$$(x^2y+3xy^2)(2x^3y-x^2y^2-3xy) = \underbrace{x^2y(2x^3y-x^2y^2-3xy)}_{2x^5y^2 - x^4y^3 - 3x^3y^2} + \underbrace{3xy^2(2x^3y-x^2y^2-3xy)}_{+ 6x^4y^3 - 3x^3y^4 - 9x^2y^3}$$

Exemple :

Multiplication de polynôme à plusieurs variables

Multiplication de x^2y+3xy^2 et $2x^3y-x^2y^2-3xy$

$$(x^2y+3xy^2)(2x^3y-x^2y^2-3xy) = \underbrace{x^2y(2x^3y-x^2y^2-3xy)} + \underbrace{3xy^2(2x^3y-x^2y^2-3xy)}$$

$$\begin{array}{ccccc} 2x^5y^2 & -x^4y^3 & & -3x^3y^2 & \\ & +6x^4y^3 & -3x^3y^4 & & -9x^2y^3 \\ \hline 2x^5y^2 & +5x^4y^3 & -3x^3y^4 & -3x^3y^2 & -9x^2y^3 \end{array}$$

Exemple :

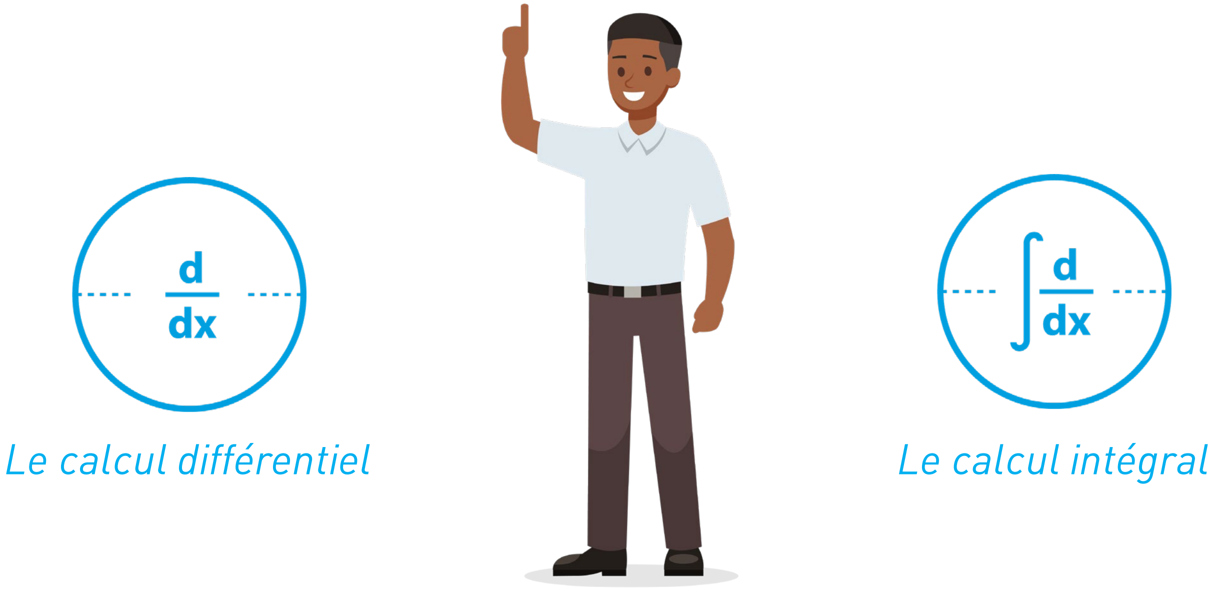
Multiplication de polynôme à plusieurs variables

Multiplication de x^2y+3xy^2 et $2x^3y-x^2y^2-3xy$

$$(x^2y+3xy^2)(2x^3y-x^2y^2-3xy) = \underbrace{x^2y(2x^3y-x^2y^2-3xy)}_{2x^5y^2 - x^4y^3 - 3x^3y^2} + \underbrace{3xy^2(2x^3y-x^2y^2-3xy)}_{6x^4y^3 - 3x^3y^4 - 9x^2y^3}$$

$$\begin{array}{rrrrr} 2x^5y^2 & -\ x^4y^3 & & -3x^3y^2 & \\ & +\ 6x^4y^3 & -3x^3y^4 & & -9x^2y^3 \\ \hline 2x^5y^2 & +\ 5x^4y^3 & -3x^3y^4 & -3x^3y^2 & -9x^2y^3 \end{array}$$

2 DIVISION DE POLYNÔMES



2 DIVISION DE POLYNÔMES | CAS 1 : DIVISION DE MONÔMES

Diviser deux monômes revient à diviser les coefficients,
puis à diviser les variables semblables en soustrayant les exposants.

Exemple :

$$4x^5 \div 24x^2 = \frac{4x^5}{24x^2}, \text{ où } x \neq 0$$

$$= \frac{4}{24} \times \frac{x^5}{x^2}$$

$$= \frac{1}{6} \times x^{5-2}$$

Quotient de puissances de même base

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}, \text{ où } a \neq 0 \text{ et } m, n \in \mathbb{N}^*$$

2 DIVISION DE POLYNÔMES CAS 1 : DIVISION DE MONÔMES

Diviser deux monômes revient à diviser les coefficients,
puis à diviser les variables semblables en soustrayant les exposants.

Exemple :

$$4x^5 \div 24x^2 = \frac{4x^5}{24x^2},\ où\ x \neq 0$$

$$= \frac{4}{24} \times \frac{x^5}{x^2}$$

$$= \frac{1}{6} \times x^{5-2}$$

$$= \frac{1}{6} x^3$$

$$= \frac{x^3}{6},\ x \neq 0$$

CAS 2 : DIVISION D'UN POLYNÔME PAR UN MONÔME

Diviser un polynôme par un monôme revient à diviser chaque terme du polynôme par ce monôme.

Exemple :

$$32x^2 - 8x + 36 \div 4x = \frac{32x^2 - 8x + 36}{4x},\ \textit{où}\ x \neq 0$$

$$= \frac{32x^2}{4x} - \frac{8x}{4x} + \frac{36}{4x}$$

$$= \frac{32}{4}x^{2-1} - \frac{8}{4}x^{1-1} + \frac{36}{4} \times \frac{1}{x}$$

Quotient de puissances de même base

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m},\ \textit{où}\ a \neq 0\ \ \textit{et}\ \ m, n \in \mathbb{N}^*$$

CAS 2 : DIVISION D'UN POLYNÔME PAR UN MONÔME

Diviser un polynôme par un monôme revient à
diviser chaque terme du polynôme par ce monôme**.**

Exemple :

$$32x^2-8x+36\div 4x=\frac{32x^2-8x+36}{4x},\ où\ x\neq 0$$

$$=\frac{32x^2}{4x}-\frac{8x}{4x}+\frac{36}{4x}$$

$$=\frac{32}{4}x^{2-1}-\frac{8}{4}x^{1-1}+\frac{36}{4}\times\frac{1}{x}$$

$$=8x-2+\frac{9}{x},\ si\ x\neq 0$$

2 DIVISION DE POLYNÔMES — CAS GÉNÉRAL: QUOTIENT DE POLYNÔMES

Pour $D \neq 0$

$$\frac{\overbrace{\boxed{P}}^{\text{Dividende}}}{\underbrace{\boxed{D}}_{\text{Diviseur}}} = \overbrace{\boxed{Q}}^{\text{Quotient}}, \quad \text{reste } \boxed{R} \quad \Leftrightarrow \quad P = QD + \boxed{R}$$

nul

ou

de degré inférieur au degré de D

Le degré du polynôme $P \geq$ *au degré du polynôme diviseur* D.

2 DIVISION DE POLYNÔMES | CAS GÉNÉRAL: QUOTIENT DE POLYNÔMES

La méthode utilisée pour effectuer **la division des polynômes** est semblable à celle de **la division de deux entiers**.

$$\frac{\text{Polynôme}}{\text{Polynôme}} \sim \frac{a}{b},\ \text{où}\ b \neq 0\ \text{et}\ a, b \in \mathbb{Z}$$

2 DIVISION DE POLYNÔMES | CAS GÉNÉRAL: QUOTIENT DE POLYNÔMES

Exemple : Effectuer la division $\dfrac{2x^3+13x^2+14x+5}{x+5}$, pour $x \neq -5$

ÉTAPE 4

Écrire le dividende et le diviseur
dans l'ordre décroissant de degrés de leurs termes.

$$\frac{2x^3+13x^2+14x+5}{x+5}$$

2 DIVISION DE POLYNÔMES | CAS GÉNÉRAL: QUOTIENT DE POLYNÔMES

Exemple : Effectuer la division $\dfrac{2x^3+13x^2+14x+5}{x+5}$, pour $x \neq -5$

ÉTAPE 1

Écrire le dividende et le diviseur
dans l'ordre décroissant de degrés de leurs termes.

$$\frac{2x^3+13x^2+14x+5}{x+5}$$

ÉTAPE 2

Effectuer la division de la plus grande puissance du dividende courant par celui de la plus grande puissance du diviseur.

$$2x^3+13x^2+14x+5 \;\big|\; \underline{x+5}$$

CAS GÉNÉRAL: QUOTIENT DE POLYNÔMES

Exemple : Effectuer la division $\dfrac{2x^3+13x^2+14x+5}{x+5}$, pour $x \neq -5$

ÉTAPE 1

Écrire le dividende et le diviseur
dans l'ordre décroissant de degrés de leurs termes.

$$\frac{2x^3+13x^2+14x+5}{x+5}$$

ÉTAPE 2

Effectuer la division de la plus grande puissance du dividende courant par celui de la plus grande puissance du diviseur.

$$\begin{array}{l|l} 2x^3+13x^2+14x+5 & x+5 \\ \hline & 2x^2 \end{array}$$

2 DIVISION DE POLYNÔMES | CAS GÉNÉRAL: QUOTIENT DE POLYNÔMES

Exemple : Effectuer la division $\dfrac{2x^3+13x^2+14x+5}{x+5}$, pour $x \neq -5$

ÉTAPE 1

Écrire le dividende et le diviseur
dans l'ordre décroissant de degrés de leurs termes.

$$\frac{2x^3+13x^2+14x+5}{x+5}$$

ÉTAPE 2

Effectuer la division de la plus grande puissance du dividende courant par celui de la plus grande puissance du diviseur.

$$\begin{array}{l|l} 2x^3+13x^2+14x+5 & x+5 \\ \hline & 2x^2 \end{array}$$

ÉTAPE 3

Multiplier le quotient par le diviseur et soustraire le résultat de ce produit du dividende.

2 DIVISION DE POLYNÔMES | CAS GÉNÉRAL: QUOTIENT DE POLYNÔMES

Exemple : Effectuer la division $\dfrac{2x^3+13x^2+14x+5}{x+5}$, pour $x \neq -5$

ÉTAPE 1

Écrire le dividende et le diviseur
dans l'ordre décroissant de degrés de leurs termes.

$$\frac{2x^3+13x^2+14x+5}{x+5}$$

ÉTAPE 2

Effectuer la division de la plus grande puissance du dividende courant par celui de la plus grande puissance du diviseur.

ÉTAPE 3

Multiplier le quotient par le diviseur et soustraire le résultat de ce produit du dividende.

$$\begin{array}{l|l} 2x^3+13x^2+14x+5 & x+5 \\ \cline{2-2} -(2x^3+10x^2) & 2x^2 \end{array}$$

2 DIVISION DE POLYNÔMES — CAS GÉNÉRAL: QUOTIENT DE POLYNÔMES

Exemple : Effectuer la division $\dfrac{2x^3+13x^2+14x+5}{x+5}$, pour $x \neq -5$

ÉTAPE 1

Écrire le dividende et le diviseur
dans l'ordre décroissant de degrés de leurs termes.

$$\frac{2x^3+13x^2+14x+5}{x+5}$$

ÉTAPE 2

Effectuer la division de la plus grande puissance du dividende courant par celui de la plus grande puissance du diviseur.

ÉTAPE 3

Multiplier le quotient par le diviseur et soustraire le résultat de ce produit du dividende.

$$\begin{array}{rl|l} & 2x^3+13x^2+14x+5 & x+5 \\ \cline{3-3} -(& 2x^3+10x^2) & 2x^2 \\ \cline{2-2} & 3x^2+14x+5 & \end{array}$$

$3x^2+14x+5 \longleftarrow$ *Nouveau dividende*

2 DIVISION DE POLYNÔMES — CAS GÉNÉRAL : QUOTIENT DE POLYNÔMES

Exemple : Effectuer la division $\dfrac{2x^3+13x^2+14x+5}{x+5}$, pour $x \neq -5$

ÉTAPE 1

Écrire le dividende et le diviseur
dans l'ordre décroissant de degrés de leurs termes.

$$\frac{2x^3+13x^2+14x+5}{x+5}$$

ÉTAPE 2

Effectuer la division de la plus grande puissance du dividende courant par celui de la plus grande puissance du diviseur.

ÉTAPE 3

Multiplier le quotient par le diviseur et soustraire le résultat de ce produit du dividende.

$$\begin{array}{rl|l} & 2x^3+13x^2+14x+5 & x+5 \\ \cline{3-3} -(&2x^3+10x^2) & 2x^2 \\ \cline{2-2} & 3x^2+14x+5 & \longleftarrow \textit{Nouveau dividende} \end{array}$$

ÉTAPE 4

Refaire les étapes 2 et 3 avec le nouveau dividende, jusqu'à ce que le degré du dividende courant soit inférieur à celui du diviseur.

2 DIVISION DE POLYNÔMES — CAS GÉNÉRAL: QUOTIENT DE POLYNÔMES

Exemple : Effectuer la division $\dfrac{2x^3+13x^2+14x+5}{x+5}$, pour $x \neq -5$

ÉTAPE 1

Écrire le dividende et le diviseur
dans l'ordre décroissant de degrés de leurs termes.

$$\frac{2x^3+13x^2+14x+5}{x+5}$$

ÉTAPE 2

Effectuer la division de la plus grande puissance du dividende courant par celui de la plus grande puissance du diviseur.

ÉTAPE 3

Multiplier le quotient par le diviseur et soustraire le résultat de ce produit du dividende.

$$\begin{array}{rl|l} & 2x^3+13x^2+14x+5 & x+5 \\ \cline{3-3} -(& 2x^3+10x^2) & 2x^2 \\ \cline{2-2} & 3x^2+14x+5 & \end{array}$$

ÉTAPE 4

Refaire les étapes 2 et 3 avec le nouveau dividende, jusqu'à ce que le degré du dividende courant soit inférieur à celui du diviseur.

2 DIVISION DE POLYNÔMES | CAS GÉNÉRAL: QUOTIENT DE POLYNÔMES

Exemple : Effectuer la division $\dfrac{2x^3+13x^2+14x+5}{x+5}$, pour $x \neq -5$

ÉTAPE 1

Écrire le dividende et le diviseur
dans l'ordre décroissant de degrés de leurs termes.

ÉTAPE 2

Effectuer la division de la plus grande puissance du dividende courant par celui de la plus grande puissance du diviseur.

ÉTAPE 3

Multiplier le quotient par le diviseur et soustraire le résultat de ce produit du dividende.

ÉTAPE 4

Refaire les étapes 2 et 3 avec le nouveau dividende, jusqu'à ce que le degré du dividende courant soit inférieur à celui du diviseur.

$$\frac{2x^3+13x^2+14x+5}{x+5}$$

$$\begin{array}{r|l} 2x^3+13x^2+14x+5 & x+5 \\ \cline{2-2} -(2x^3+10x^2) & 2x^2\ +3x \\ \cline{1-1} 3x^2+14x+5 & \end{array}$$

2 DIVISION DE POLYNÔMES — CAS GÉNÉRAL: QUOTIENT DE POLYNÔMES

Exemple : Effectuer la division $\dfrac{2x^3+13x^2+14x+5}{x+5}$, pour $x \neq -5$

ÉTAPE 1

Écrire le dividende et le diviseur
dans l'ordre décroissant de degrés de leurs termes.

$$\frac{2x^3+13x^2+14x+5}{x+5}$$

ÉTAPE 2

Effectuer la division de la plus grande puissance du dividende courant par celui de la plus grande puissance du diviseur.

ÉTAPE 3

Multiplier le quotient par le diviseur et soustraire le résultat de ce produit du dividende.

$$\begin{array}{rl|l} & 2x^3+13x^2+14x+5 & x+5 \\ \hline -(& 2x^3+10x^2) & 2x^2+3x \\ \hline & 3x^2+14x+5 & \end{array}$$

ÉTAPE 4

Refaire les étapes 2 et 3 avec le nouveau dividende, jusqu'à ce que le degré du dividende courant soit inférieur à celui du diviseur.

2 DIVISION DE POLYNÔMES — CAS GÉNÉRAL: QUOTIENT DE POLYNÔMES

Exemple : Effectuer la division $\dfrac{2x^3+13x^2+14x+5}{x+5}$, pour $x \neq -5$

ÉTAPE 1

Écrire le dividende et le diviseur
dans l'ordre décroissant de degrés de leurs termes.

$$\frac{2x^3+13x^2+14x+5}{x+5}$$

ÉTAPE 2

Effectuer la division de la plus grande puissance du dividende courant par celui de la plus grande puissance du diviseur.

ÉTAPE 3

Multiplier le quotient par le diviseur et soustraire le résultat de ce produit du dividende.

ÉTAPE 4

Refaire les étapes 2 et 3 avec le nouveau dividende, jusqu'à ce que le degré du dividende courant soit inférieur à celui du diviseur.

$$\begin{array}{rl|l}
 & 2x^3+13x^2+14x+5 & x+5 \\ \cline{3-3}
- & (2x^3+10x^2) & 2x^2+3x \\ \cline{2-2}
 & 3x^2+14x+5 & \\
- & (3x^2+15x) &
\end{array}$$

2 DIVISION DE POLYNÔMES — CAS GÉNÉRAL: QUOTIENT DE POLYNÔMES

Exemple : Effectuer la division $\dfrac{2x^3+13x^2+14x+5}{x+5}$, pour $x \neq -5$

ÉTAPE 1

Écrire le dividende et le diviseur
dans l'ordre décroissant de degrés de leurs termes.

$$\frac{2x^3+13x^2+14x+5}{x+5}$$

ÉTAPE 2

Effectuer la division de la plus grande puissance du dividende courant par celui de la plus grande puissance du diviseur.

ÉTAPE 3

Multiplier le quotient par le diviseur et soustraire le résultat de ce produit du dividende.

ÉTAPE 4

Refaire les étapes 2 et 3 avec le nouveau dividende, jusqu'à ce que le degré du dividende courant soit inférieur à celui du diviseur.

$$\begin{array}{r|l}
2x^3+13x^2+14x+5 & x+5 \\ \cline{2-2}
-(2x^3+10x^2) \qquad\qquad & 2x^2 \; +3x \\ \cline{1-1}
3x^2+14x+5 & \\
-(3x^2+15x) \quad & \\ \cline{1-1}
-x+5 &
\end{array}$$

2 DIVISION DE POLYNÔMES | CAS GÉNÉRAL: QUOTIENT DE POLYNÔMES

Exemple : Effectuer la division $\dfrac{2x^3+13x^2+14x+5}{x+5}$, pour $x \neq -5$

ÉTAPE 1

Écrire le dividende et le diviseur
dans l'ordre décroissant de degrés de leurs termes.

$$\frac{2x^3+13x^2+14x+5}{x+5}$$

ÉTAPE 2

Effectuer la division de la plus grande puissance du dividende courant par celui de la plus grande puissance du diviseur.

ÉTAPE 3

Multiplier le quotient par le diviseur et soustraire le résultat de ce produit du dividende.

$$\begin{array}{rl|l}
 & 2x^3+13x^2+14x+5 & x+5 \\ \cline{3-3}
- & (2x^3+10x^2) & 2x^2\ +3x \\ \cline{2-2}
 & 3x^2+14x+5 & \\
- & (3x^2+15x) & \\ \cline{2-2}
 & -x+5 \longleftarrow \textit{Nouveau dividende} &
\end{array}$$

ÉTAPE 4

Refaire les étapes 2 et 3 avec le nouveau dividende, jusqu'à ce que le degré du dividende courant soit inférieur à celui du diviseur.

2 DIVISION DE POLYNÔMES — CAS GÉNÉRAL: QUOTIENT DE POLYNÔMES

Exemple : Effectuer la division $\dfrac{2x^3+13x^2+14x+5}{x+5}$, pour $x \neq -5$

ÉTAPE 1

Écrire le dividende et le diviseur
dans l'ordre décroissant de degrés de leurs termes.

$$\frac{2x^3+13x^2+14x+5}{x+5}$$

ÉTAPE 2

Effectuer la division de la plus grande puissance du dividende courant par celui de la plus grande puissance du diviseur.

ÉTAPE 3

Multiplier le quotient par le diviseur et soustraire le résultat de ce produit du dividende.

$$\begin{array}{rrrr|l}
2x^3 & +13x^2 & +14x & +5 & x+5 \\
\cline{5-5}
-(2x^3 & +10x^2) & & & 2x^2 \quad +3x \\
\cline{1-4}
 & 3x^2 & +14x & +5 & \\
 & -(3x^2 & +15x) & & \\
\cline{2-4}
 & & -x & +5 & \leftarrow \textit{Nouveau dividende}
\end{array}$$

ÉTAPE 4

Refaire les étapes 2 et 3 avec le nouveau dividende, jusqu'à ce que le degré du dividende courant soit inférieur à celui du diviseur.

2 DIVISION DE POLYNÔMES | CAS GÉNÉRAL: QUOTIENT DE POLYNÔMES

Exemple : Effectuer la division $\dfrac{2x^3+13x^2+14x+5}{x+5}$, pour $x \neq -5$

ÉTAPE 1

Écrire le dividende et le diviseur
dans l'ordre décroissant de degrés de leurs termes.

$$\frac{2x^3+13x^2+14x+5}{x+5}$$

ÉTAPE 2

Effectuer la division de la plus grande puissance du dividende courant par celui de la plus grande puissance du diviseur.

ÉTAPE 3

Multiplier le quotient par le diviseur et soustraire le résultat de ce produit du dividende.

$$\begin{array}{r|l}
2x^3+13x^2+14x+5 & x+5 \\ \cline{2-2}
-(2x^3+10x^2) & 2x^2 \;\; +3x \\ \cline{1-1}
3x^2+14x+5 & \\
-(3x^2+15x) & \\ \cline{1-1}
-x+5 \longleftarrow \textit{Nouveau dividende} &
\end{array}$$

ÉTAPE 4

Refaire les étapes 2 et 3 avec le nouveau dividende, jusqu'à ce que le degré du dividende courant soit inférieur à celui du diviseur.

2 DIVISION DE POLYNÔMES | CAS GÉNÉRAL : QUOTIENT DE POLYNÔMES

Exemple : Effectuer la division $\dfrac{2x^3+13x^2+14x+5}{x+5}$, pour $x \neq -5$

ÉTAPE 1

Écrire le dividende et le diviseur
dans l'ordre décroissant de degrés de leurs termes.

$$\frac{2x^3+13x^2+14x+5}{x+5}$$

ÉTAPE 2

Effectuer la division de la plus grande puissance du dividende courant par celui de la plus grande puissance du diviseur.

ÉTAPE 3

Multiplier le quotient par le diviseur et soustraire le résultat de ce produit du dividende.

ÉTAPE 4

Refaire les étapes 2 et 3 avec le nouveau dividende, jusqu'à ce que le degré du dividende courant soit inférieur à celui du diviseur.

$$\begin{array}{rl|l}
 & 2x^3+13x^2+14x+5 & x+5 \\ \cline{3-3}
- & (2x^3+10x^2) & 2x^2+3x-1 \\ \cline{2-2}
 & 3x^2+14x+5 & \\
- & (3x^2+15x) & \\ \cline{2-2}
 & -x+5 &
\end{array}$$

2 DIVISION DE POLYNÔMES — CAS GÉNÉRAL: QUOTIENT DE POLYNÔMES

Exemple : Effectuer la division $\dfrac{2x^3+13x^2+14x+5}{x+5}$, pour $x \neq -5$

ÉTAPE 1

Écrire le dividende et le diviseur
dans l'ordre décroissant de degrés de leurs termes.

$$\frac{2x^3+13x^2+14x+5}{x+5}$$

ÉTAPE 2

Effectuer la division de la plus grande puissance du dividende courant par celui de la plus grande puissance du diviseur.

ÉTAPE 3

Multiplier le quotient par le diviseur et soustraire le résultat de ce produit du dividende.

ÉTAPE 4

Refaire les étapes 2 et 3 avec le nouveau dividende, jusqu'à ce que le degré du dividende courant soit inférieur à celui du diviseur.

$$\begin{array}{rl|l}
& 2x^3+13x^2+14x+5 & x+5 \\ \hline
-(& 2x^3+10x^2) & 2x^2+3x-1 \\ \cline{1-2}
& 3x^2+14x+5 & \\
-(& 3x^2+15x) & \\ \cline{1-2}
& -x+5 &
\end{array}$$

2 DIVISION DE POLYNÔMES | CAS GÉNÉRAL: QUOTIENT DE POLYNÔMES

Exemple : Effectuer la division $\dfrac{2x^3+13x^2+14x+5}{x+5}$, pour $x \neq -5$

ÉTAPE 1

Écrire le dividende et le diviseur
dans l'ordre décroissant de degrés de leurs termes.

$$\frac{2x^3+13x^2+14x+5}{x+5}$$

ÉTAPE 2

Effectuer la division de la plus grande puissance du dividende courant par celui de la plus grande puissance du diviseur.

ÉTAPE 3

Multiplier le quotient par le diviseur et soustraire le résultat de ce produit du dividende.

ÉTAPE 4

Refaire les étapes 2 et 3 avec le nouveau dividende, jusqu'à ce que le degré du dividende courant soit inférieur à celui du diviseur.

$$\begin{array}{rl|l}
 & 2x^3+13x^2+14x+5 & x+5 \\ \cline{3-3}
 & -(2x^3+10x^2) & 2x^2+3x-1 \\ \cline{2-2}
 & 3x^2+14x+5 & \\
 & -(3x^2+15x) & \\ \cline{2-2}
 & -x+5 & \\
 & -(-x-5) &
\end{array}$$

2 DIVISION DE POLYNÔMES | CAS GÉNÉRAL: QUOTIENT DE POLYNÔMES

Exemple : Effectuer la division $\dfrac{2x^3+13x^2+14x+5}{x+5}$, pour $x \neq -5$

ÉTAPE 1

Écrire le dividende et le diviseur
dans l'ordre décroissant de degrés de leurs termes.

$$\frac{2x^3+13x^2+14x+5}{x+5}$$

ÉTAPE 2

Effectuer la division de la plus grande puissance du dividende courant par celui de la plus grande puissance du diviseur.

ÉTAPE 3

Multiplier le quotient par le diviseur et soustraire le résultat de ce produit du dividende.

ÉTAPE 4

Refaire les étapes 2 et 3 avec le nouveau dividende, jusqu'à ce que le degré du dividende courant soit inférieur à celui du diviseur.

$$\begin{array}{r|l}
2x^3+13x^2+14x+5 & x+5 \\ \cline{2-2}
-(2x^3+10x^2) & 2x^2+3x-1 \\ \cline{1-1}
3x^2+14x+5 & \\
-(3x^2+15x) & \\ \cline{1-1}
-x+5 & \\
-(-x-5) & \\ \cline{1-1}
10 &
\end{array}$$

2 DIVISION DE POLYNÔMES | CAS GÉNÉRAL: QUOTIENT DE POLYNÔMES

Exemple : Effectuer la division $\dfrac{2x^3+13x^2+14x+5}{x+5}$, pour $x \neq -5$

ÉTAPE 1

Écrire le dividende et le diviseur
dans l'ordre décroissant de degrés de leurs termes.

$$\frac{2x^3+13x^2+14x+5}{x+5}$$

ÉTAPE 2

Effectuer la division de la plus grande puissance du dividende courant par celui de la plus grande puissance du diviseur.

ÉTAPE 3

Multiplier le quotient par le diviseur et soustraire le résultat de ce produit du dividende.

ÉTAPE 4

Refaire les étapes 2 et 3 avec le nouveau dividende, jusqu'à ce que le degré du dividende courant soit inférieur à celui du diviseur.

$$\begin{array}{r|l}
2x^3+13x^2+14x+5 & x+5 \\ \cline{2-2}
-(2x^3+10x^2)\qquad\qquad & 2x^2+3x-1 \\ \cline{1-1}
3x^2+14x+5 & \\
-(3x^2+15x)\quad & \\ \cline{1-1}
-x+5 & \\
-(-x-5) & \\ \cline{1-1}
10 &
\end{array}$$

2 DIVISION DE POLYNÔMES | CAS GÉNÉRAL: QUOTIENT DE POLYNÔMES

Exemple : Effectuer la division $\dfrac{2x^3+13x^2+14x+5}{x+5}$, pour $x \neq -5$

$$2x^3+13x^2+14x+5=(x+5)(2x^2+3x-1)+10$$

$$
\begin{array}{r|l}
2x^3+13x^2+14x+5 & x+5 \\ \cline{2-2}
-(2x^3+10x^2) & 2x^2+3x-1 \\ \cline{1-1}
3x^2+14x+5 & \\
-(3x^2+15x) & \\ \cline{1-1}
-x+5 & \\
-(-x-5) & \\ \cline{1-1}
10 &
\end{array}
$$

2 DIVISION DE POLYNÔMES | CAS GÉNÉRAL: QUOTIENT DE POLYNÔMES

Exemple : Effectuer la division $\dfrac{2x^3+13x^2+14x+5}{x+5}$, pour $x \neq -5$

$$2x^3+13x^2+14x+5=(x+5)(2x^2+3x-1)+10$$

$$P = Q \quad D \quad + R$$

Exemple : Effectuer la division $\dfrac{2x^3+13x^2+14x+5}{x+5}$, pour $x \neq -5$

$$2x^3+13x^2+14x+5=(x+5)(2x^2+3x-1)+10$$

$$P = Q\ D + R$$

Pour $x \neq -5$

$$\frac{2x^3+13x^2+14x+5}{x+5}=\frac{\left(2x^2+3x-1\right)\left(x+5\right)+10}{x+5}$$

$$=2x^2+3x-1+\frac{10}{x+5}$$

2 DIVISION DE POLYNÔMES — CAS GÉNÉRAL: QUOTIENT DE POLYNÔMES

Exemple : Effectuer la division $\dfrac{x^3-27}{x-3}$, pour $x \neq 3$

2 DIVISION DE POLYNÔMES | CAS GÉNÉRAL: QUOTIENT DE POLYNÔMES

Exemple : Effectuer la division $\dfrac{x^3-27}{x-3}$, pour $x \neq 3$

$$
\begin{array}{rrrr|l}
x^3 & & & -27 & x-3 \\
\cline{5-5}
-(x^3 & -3x^2) & & & x^2+3x+9 \\
\cline{1-4}
& 3x^2 & & -27 & \\
& -(3x^2 & -9x) & & \\
\cline{2-4}
& & 9x & -27 & \\
& & -(9x & -27) & \\
\cline{3-4}
& & & 0 &
\end{array}
$$

2 DIVISION DE POLYNÔMES — CAS GÉNÉRAL: QUOTIENT DE POLYNÔMES

Exemple : Effectuer la division $\dfrac{x^3-27}{x-3}$, pour $x \neq 3$

$$
\begin{array}{rrrr|l}
x^3 & & & -27 & x-3 \\
\cline{5-5}
-(x^3 & -3x^2) & & & x^2+3x+9 \\
\hline
 & 3x^2 & & -27 & \\
 & -(3x^2 & -9x) & & \\
\cline{2-4}
 & & 9x & -27 & \\
 & & -(9x & -27) & \\
\cline{3-4}
 & & & 0 &
\end{array}
$$

CAS GÉNÉRAL: QUOTIENT DE POLYNÔMES

Exemple : Effectuer la division $\dfrac{x^3-27}{x-3}$, pour $x \neq 3$

$$
\begin{array}{rrr|l}
x^3 & & -\ 27 & x-3 \\ \cline{4-4}
-(x^3-3x^2) & & & x^2+3x+9 \\ \cline{1-3}
3x^2 & & -27 & \\
-(3x^2-9x) & & & \\ \cline{1-3}
& 9x & -27 & \\
& -(9x & -27) & \\ \cline{2-3}
& & 0 &
\end{array}
$$

$$x^3-27=(x-3)(x^2+3x+9)+0$$

$$a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$$

2 DIVISION DE POLYNÔMES — CAS GÉNÉRAL: QUOTIENT DE POLYNÔMES

Exemple : Effectuer la division $\dfrac{x^3-27}{x-3}$, pour $x \neq 3$

$$
\begin{array}{rrrr|l}
x^3 & & & -27 & x-3 \\
\cline{5-5}
-(x^3 & -3x^2) & & & x^2+3x+9 \\
\hline
 & 3x^2 & & -27 & \\
 & -(3x^2 & -9x) & & \\
\cline{2-4}
 & & 9x & -27 & \\
 & & -(9x & -27) & \\
\cline{3-4}
 & & & 0 &
\end{array}
$$

$$x^3-27=(x-3)(x^2+3x+9)+0$$

$$a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$$

Pour $x \neq 3$

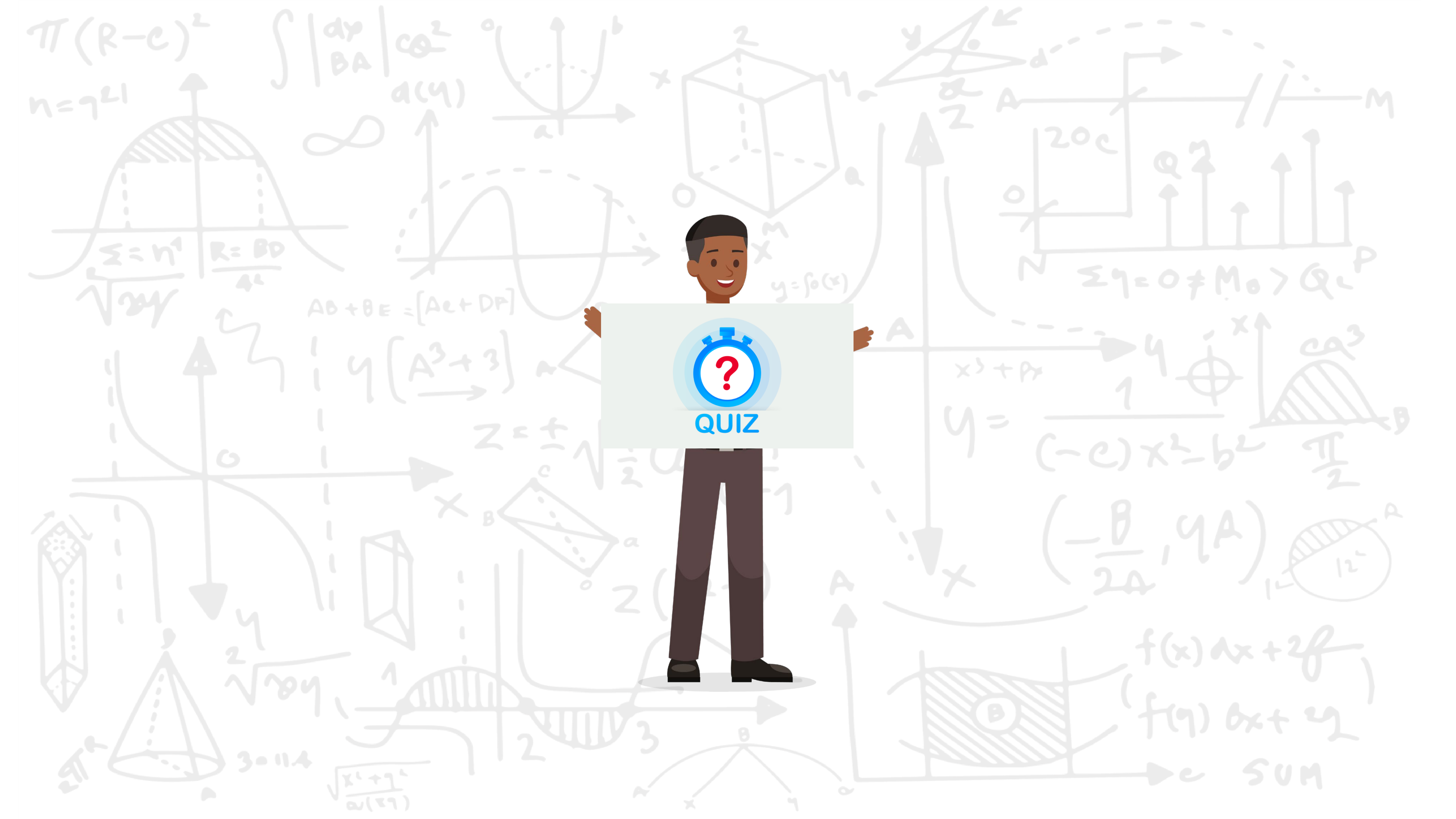
$$\frac{x^3-27}{x-3}=x^2+3x+9$$

RÉSUMÉ MULTIPLICATION ET DIVISION DE POLYNÔMES

1	Multiplication de polynômes: d'abord, savoir multiplier des monômes.
2	Multiplier l'un des polynômes par chaque monôme de l'autre polynôme.
3	Degré $(P \times Q) =$ degré $(P) +$ degré (Q)
4	Aligner les termes semblables pour faciliter leur addition et obtenir le résultat final.
5	Division de polynômes: similaire à la division entière de deux nombres naturels.

RÉFÉRENCES

- Michèle Gingras, **Mathématique d'appoint**, 5e édition, 2015, Éditeur Chenelière éducation.
- Josée Hamel, **Mise à niveau Mathématique**, 2e édition, 2017, Éditeur Pearson (ERPI)


QUIZ

HEC MONTRÉAL

DÉPARTEMENT DE SCIENCES DE LA DÉCISION

CENTRE D'AIDE EN MATHÉMATIQUES ET STATISTIQUE

2020

Direction de l'apprentissage et de l'innovation pédagogique
Service de l'audiovisuel