

HEC MONTRÉAL

DÉPARTEMENT DE SCIENCES DE LA DÉCISION
FATIHA KACHER - Maître d'enseignement
CENTRE D'AIDE EN MATHÉMATIQUES ET STATISTIQUE
MICHEL KEOULA - Coordonnateur

MATHÉMATIQUES D'APPOINT

ÉQUATIONS LINÉAIRES À UNE VARIABLE

ET INTERPRÉTATION GRAPHIQUE



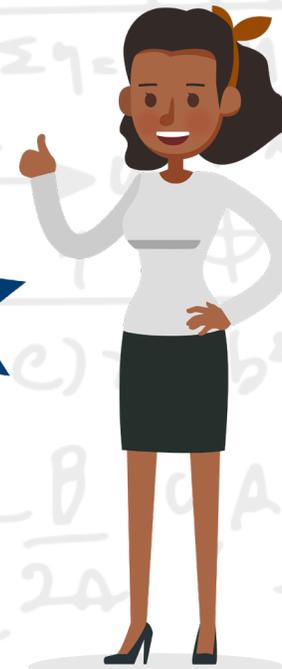
ÉQUATIONS LINÉAIRES À UNE VARIABLE ET INTERPRÉTATION GRAPHIQUE

- 1 DÉFINITION D'UNE ÉQUATION
- 2 PROPRIÉTÉS D'UNE ÉQUATION
- 3 RÉOLUTION D'UNE ÉQUATION LINÉAIRE
À UNE VARIABLE
- 4 RÉOLUTION D'UNE ÉQUATION LINÉAIRE À
UNE VARIABLE: INTERPRÉTATION GRAPHIQUE

ÉQUATIONS LINÉAIRES À UNE VARIABLE ET INTERPRÉTATION GRAPHIQUE



Résoudre une équation
linéaire à une variable.



1

DÉFINITION D'UNE ÉQUATION

EXEMPLE INTRODUCTIF



 Salaire annuel: 35 000 \$
 Augmentation: 700 \$ / an

$$35\,000 + 700x$$



 Salaire annuel: 40 000 \$
 Augmentation: 500 \$ / an

$$40\,000 + 500x$$



Variable (inconnue) x :
Nombre d'années écoulées
après la date d'embauche



Dans combien
d'années?



Salaire annuel: 35 000 \$



Augmentation: 700 \$ / an



Salaire annuel: 40 000 \$



Augmentation: 500 \$ / an

 $x = ?$

$$35\,000 + 700x$$

=

$$40\,000 + 500x$$

ÉQUATION

$$35\,000 + 700x$$

Expression A

$$=$$

$$40\,000 + 500x$$

Expression B

Domaine : $x \in [0, +\infty[$

DOMAINE D'UNE ÉQUATION

Le domaine d'une équation est l'ensemble des valeurs qu'on peut attribuer à sa variable.

ENSEMBLE SOLUTION DE L'ÉQUATION

L'ensemble des valeurs de la variable (ou des variables) qui transforment l'équation en une égalité vraie.

Noté par

S

Résoudre
une équation



chercher son S

Équations
« équivalentes »

S

1

DÉFINITION D'UNE ÉQUATION

EXEMPLE INTRODUCTIF



!
 10 ans



ÉQUATION

$$35\,000 + 700x$$

Expression A

=

$$40\,000 + 500x$$

Expression B

$$x = 10 : 35\,000 + 700(10) = 42\,000\$ \text{ et } 40\,000 + 500(10) = 45\,000\$$$

$$35\,000 + 700(10) \neq 40\,000 + 500(10)$$

$10 \notin S$

1

DÉFINITION D'UNE ÉQUATION

EXEMPLE INTRODUCTIF



!
 25 ans



ÉQUATION

$$35\,000 + 700x$$

Expression A

=

$$40\,000 + 500x$$

Expression B

$$x = 25 : 35\,000 + 700(25) = 52\,500\$ \text{ et } 40\,000 + 500(25) = 52\,500\$$$

$$35\,000 + 700(25) = 40\,000 + 500(25)$$

$$25 \in S$$



2

PROPRIÉTÉS D'UNE ÉQUATION



ÉQUATION

Expression A

=

Expression B

Procédure de résolution d'une équation linéaire

+

-

×

÷

ÉQUATION

*Expression A***=***Expression B*

Soient A et B deux expressions mathématiques et $C \in \mathbb{R}$.

$A = B$ est équivalente à

$$A + C = B + C$$

$$A - C = B - C$$

$$AC = BC,$$

où $C \neq 0$

$$\frac{A}{C} = \frac{B}{C},$$

où $C \neq 0$

2

PROPRIÉTÉS D'UNE ÉQUATION

Soient A et B deux expressions mathématiques et $C \in \mathbb{R}$.

$A = B$ est équivalente à

$$A + C = B + C$$

$$A - C = B - C$$

$$AC = BC,$$

où $C \neq 0$

$$\frac{A}{C} = \frac{B}{C},$$

où $C \neq 0$

$$35\,000 + 700x - 35\,000 = 40\,000 + 500x - 35\,000$$

$$700x - 500x = 5\,000 + 500x - 500x$$

$$\frac{200}{200}x = \frac{5\,000}{200} \Rightarrow x = 25 \text{ années} \quad S = \{25\}$$

2

PROPRIÉTÉS D'UNE ÉQUATION

Soient A et B deux expressions mathématiques et $C \in \mathbb{R}$.

$A = B$ est équivalente à

$$A + C = B + C$$

$$A - C = B - C$$

$$AC = BC,$$

où $C \neq 0$

$$\frac{A}{C} = \frac{B}{C},$$

où $C \neq 0$



25 ans

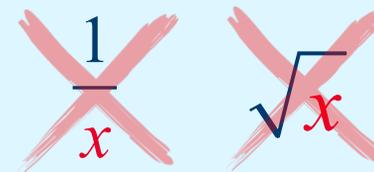


Le même salaire

DÉFINITION

Une équation linéaire à une variable est une équation

- à une seule inconnue (ou variable)
- où l'exposant de cette variable est égal à 1



FORME

On peut toujours ramener une équation linéaire à une variable *sous la forme suivante* :

$$ax + b = 0 \quad \text{où } x \text{ est la variable, } a, b \in \mathbb{R} \text{ et } a \neq 0$$

Domaine: \mathbb{R}

3

RÉSOLUTION D'UNE ÉQUATION LINÉAIRE À UNE VARIABLE

FORME

On peut toujours ramener une équation linéaire à une variable *sous la forme suivante* :

$$ax + b = 0 \quad \text{où } x \text{ est la variable, } a, b \in \mathbb{R} \text{ et } a \neq 0$$

Domaine: \mathbb{R}

Exemples

ÉQUATIONS LINÉAIRES

$$35\,000 + 700x = 40\,000 + 500x \Leftrightarrow 200x - 5000 = 0$$

$$-\sqrt{2}x = x + 1 \Leftrightarrow (1 + \sqrt{2})x + 1 = 0$$

$$\frac{2x + 1}{2} = 1 \Leftrightarrow 2x - 1 = 0$$



Sous la forme

$$ax + b = 0$$

3

RÉSOLUTION D'UNE ÉQUATION LINÉAIRE À UNE VARIABLE

FORME

On peut toujours ramener une équation linéaire à une variable *sous la forme suivante* :

$$ax + b = 0 \quad \text{où } x \text{ est la variable, } a, b \in \mathbb{R} \text{ et } a \neq 0$$

Domaine: \mathbb{R}

Exemples

ÉQUATIONS NON-LINÉAIRES



$$1 + \sqrt{x} = 0$$

← x est sous un radical

$$\frac{x}{x+1} = x+1$$

← x est au dénominateur

$$x^2 + x + 2 = 0$$

← L'exposant de x est égal à 2



Pas sous la forme

$$\cancel{ax + b = 0}$$

3

RÉSOLUTION D'UNE ÉQUATION LINÉAIRE À UNE VARIABLE

Exemple Résoudre l'équation suivante $\frac{1}{2}(x-1)-3=2(x+1)$

$$\frac{1}{2}(x-1)-3=2(x+1)$$



Isoler x dans l'équation à l'aide d'opérations élémentaires

➔ Transformer le coefficient de x en 1

3

RÉSOLUTION D'UNE ÉQUATION LINÉAIRE À UNE VARIABLE

Exemple Résoudre l'équation suivante $\frac{1}{2}(x-1)-3=2(x+1)$

$$\frac{1}{2}(x-1)-3=2(x+1) \Leftrightarrow \frac{1}{2}(x-1)=2(x+1)+3$$

$$\Leftrightarrow 2 \times \frac{1}{2}(x-1) = 2 \times [2(x+1)+3]$$

$$\Leftrightarrow x-1=4(x+1)+6$$

$$\Leftrightarrow x-1=4x+10$$

$$\Leftrightarrow x=4x+10+1$$

$$\Leftrightarrow x-4x=11$$

$$\Leftrightarrow -3x=11$$

$$\Leftrightarrow \frac{-3}{-3}x = \frac{11}{-3}$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{11}{3}$$

$$S = \left\{ -\frac{11}{3} \right\}$$

3

RÉSOLUTION D'UNE ÉQUATION LINÉAIRE À UNE VARIABLE

Exemple Résoudre l'équation suivante $\frac{1}{2}(x-1)-3=2(x+1)$

$$\frac{1}{2}(x-1)-3=2(x+1)$$

$$S = \left\{ -\frac{11}{3} \right\}$$

IMPORTANT

Vérification

$$\frac{1}{2}(x-1)-3 \Big|_{x=-\frac{11}{3}} = -\frac{16}{3} \quad \text{et} \quad 2(x+1) \Big|_{x=-\frac{11}{3}} = -\frac{16}{3}$$

IMPORTANT



Exemple Résoudre l'équation suivante $x - 1 = 1 - x$

$$x - 1 = 1 - x \Leftrightarrow x - 1 + 1 = 1 - x + 1$$

$$\Leftrightarrow x = 2 - x$$

$$\Leftrightarrow x + x = 2 - x + x$$

$$\Leftrightarrow 2x = 2$$

$$\Leftrightarrow \frac{2}{2}x = \frac{2}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = 1$$

$$S = \{1\}$$

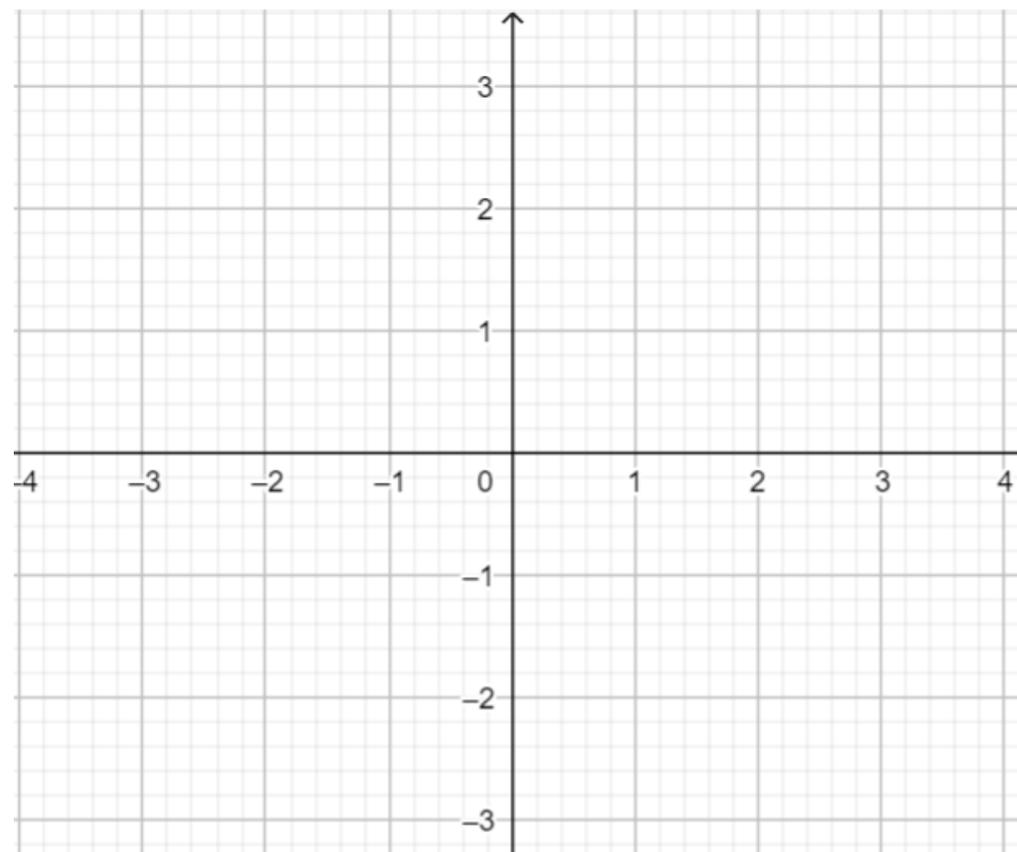
4

RÉSOLUTION D'UNE ÉQUATION LINÉAIRE À UNE VARIABLE

INTERPRÉTATION GRAPHIQUE

Exemple Résoudre l'équation suivante $x - 1 = 1 - x$

$$x - 1 = 1 - x$$



4

RÉSOLUTION D'UNE ÉQUATION LINÉAIRE À UNE VARIABLE

INTERPRÉTATION GRAPHIQUE

Exemple Résoudre l'équation suivante $x - 1 = 1 - x$

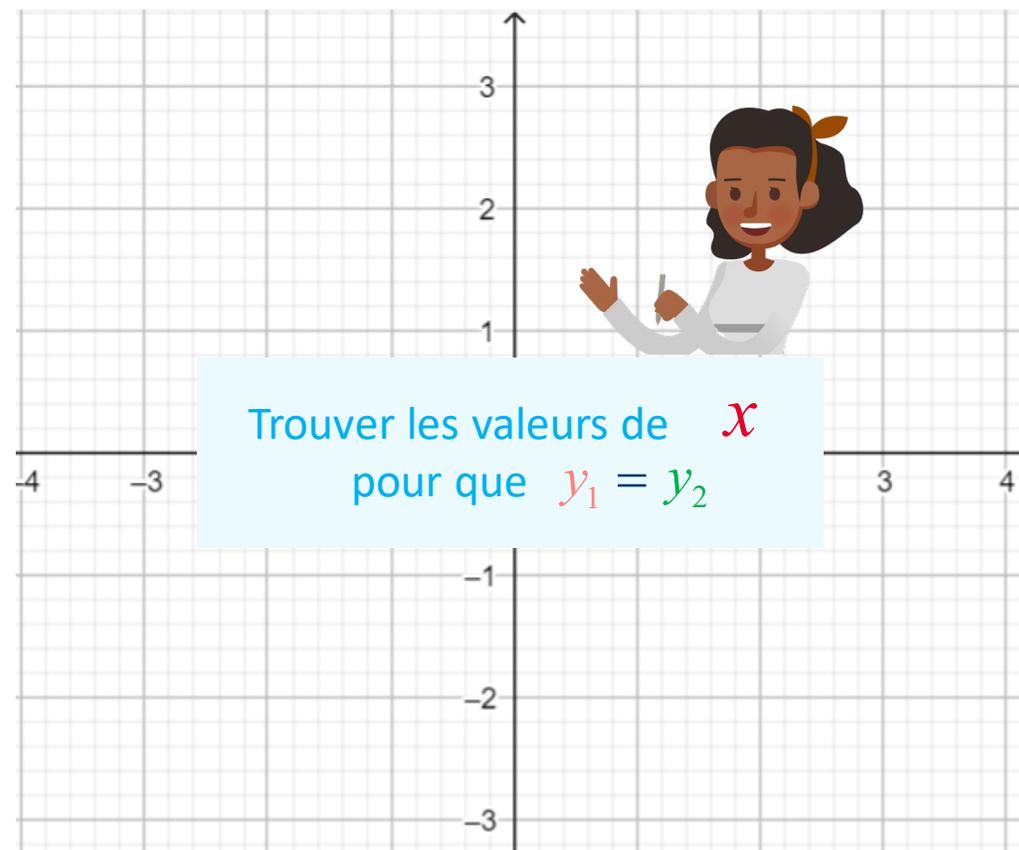
$$x - 1 = 1 - x$$



Droite 1 : $y_1 = x - 1$



Droite 2 : $y_2 = 1 - x$



4

RÉSOLUTION D'UNE ÉQUATION LINÉAIRE À UNE VARIABLE

INTERPRÉTATION GRAPHIQUE

Exemple Résoudre l'équation suivante $x - 1 = 1 - x$

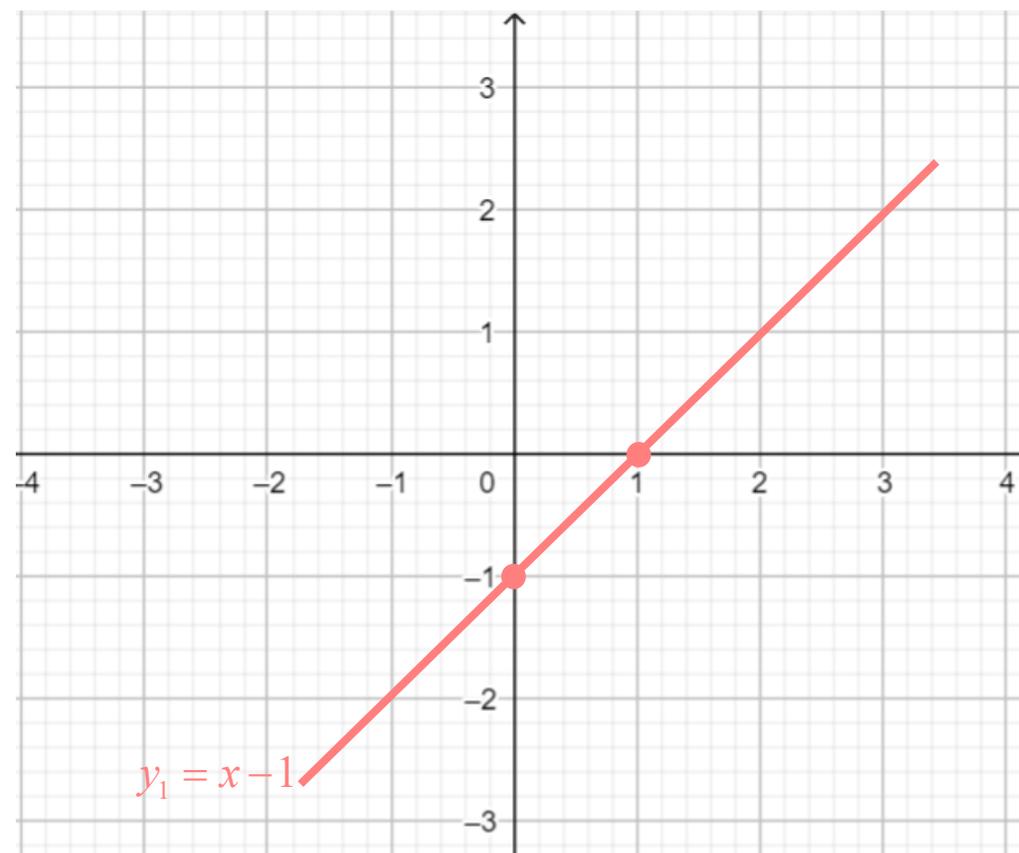
$$x - 1 = 1 - x$$

Droite 1 : $y_1 = x - 1$

x	$y_1 = x - 1$
0	-1
1	0

Droite 2 : $y_2 = 1 - x$

x	$y_2 = 1 - x$
0	1
1	0



4

RÉSOLUTION D'UNE ÉQUATION LINÉAIRE À UNE VARIABLE

INTERPRÉTATION GRAPHIQUE

Exemple Résoudre l'équation suivante $x - 1 = 1 - x$

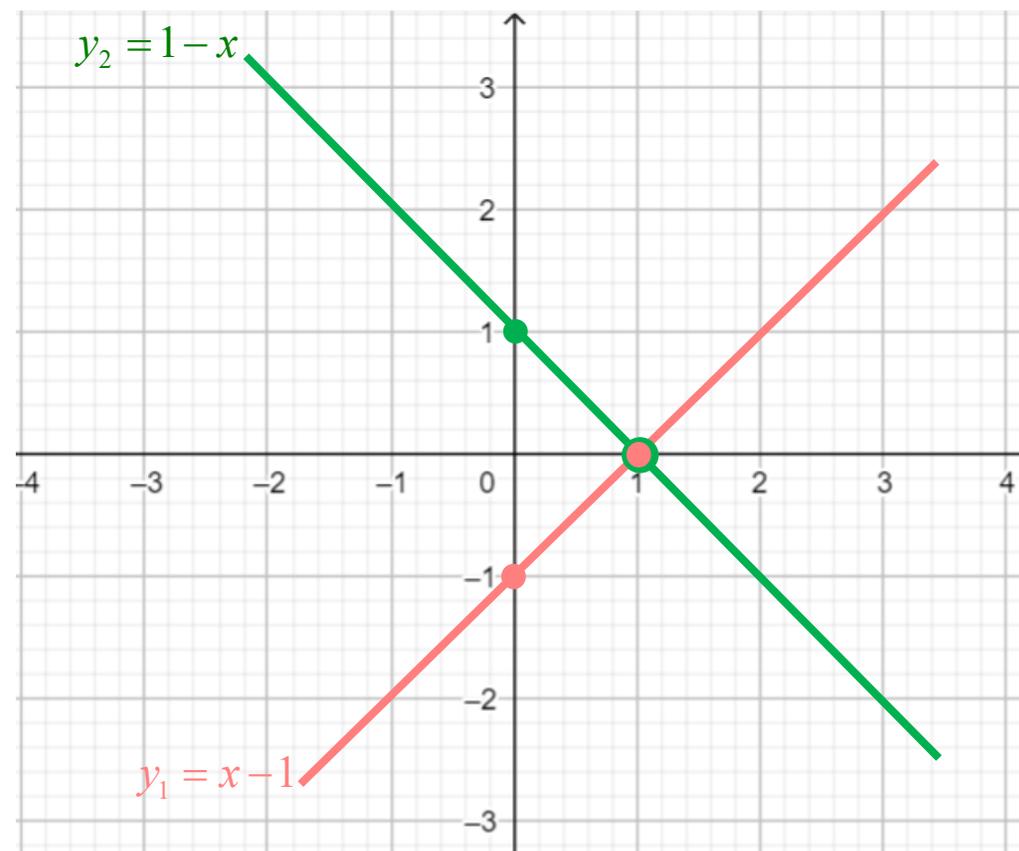
$$x - 1 = 1 - x$$

Droite 1 : $y_1 = x - 1$

x	$y_1 = x - 1$
0	-1
1	0

Droite 2 : $y_2 = 1 - x$

x	$y_2 = 1 - x$
0	1
1	0



4

RÉSOLUTION D'UNE ÉQUATION LINÉAIRE À UNE VARIABLE

INTERPRÉTATION GRAPHIQUE

Exemple Résoudre l'équation suivante $x - 1 = 1 - x$

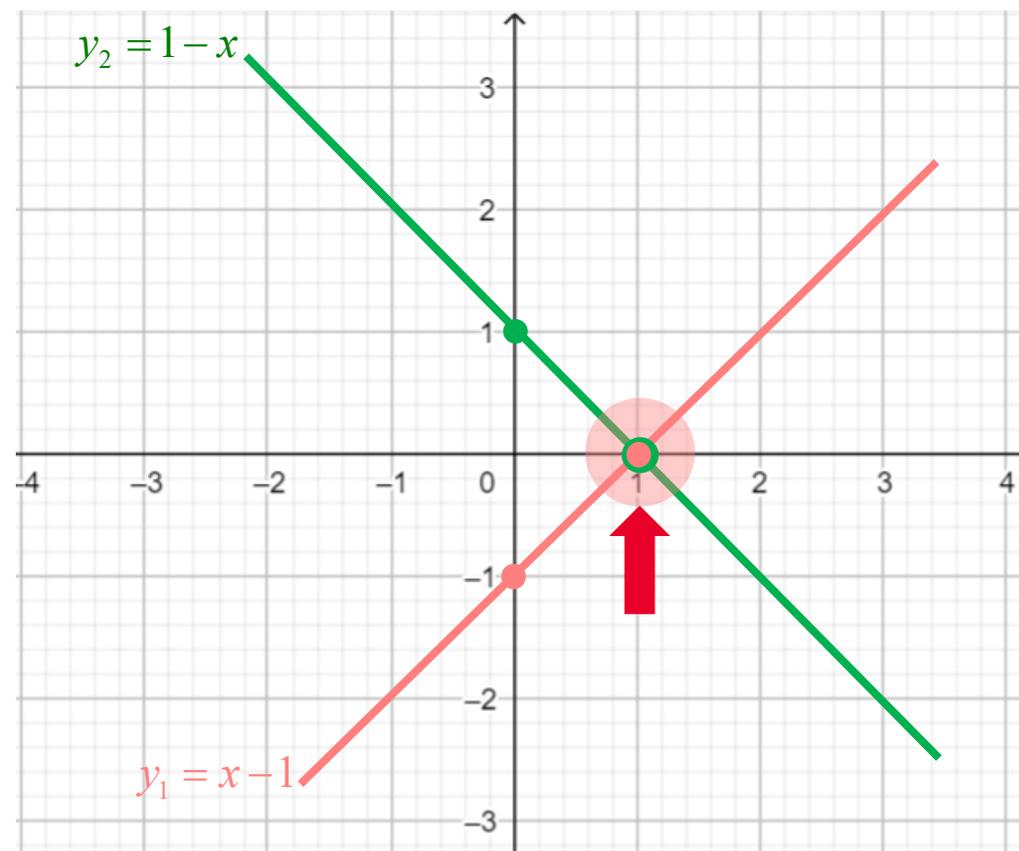
$$x - 1 = 1 - x$$

Droite 1 : $y_1 = x - 1$

x	$y_1 = x - 1$
0	-1
1	0

Droite 2 : $y_2 = 1 - x$

x	$y_2 = 1 - x$
0	1
1	0



4

RÉSOLUTION D'UNE ÉQUATION LINÉAIRE À UNE VARIABLE

INTERPRÉTATION GRAPHIQUE

Exemple Résoudre l'équation suivante $x - 1 = 1 - x$

$$x - 1 = 1 - x$$

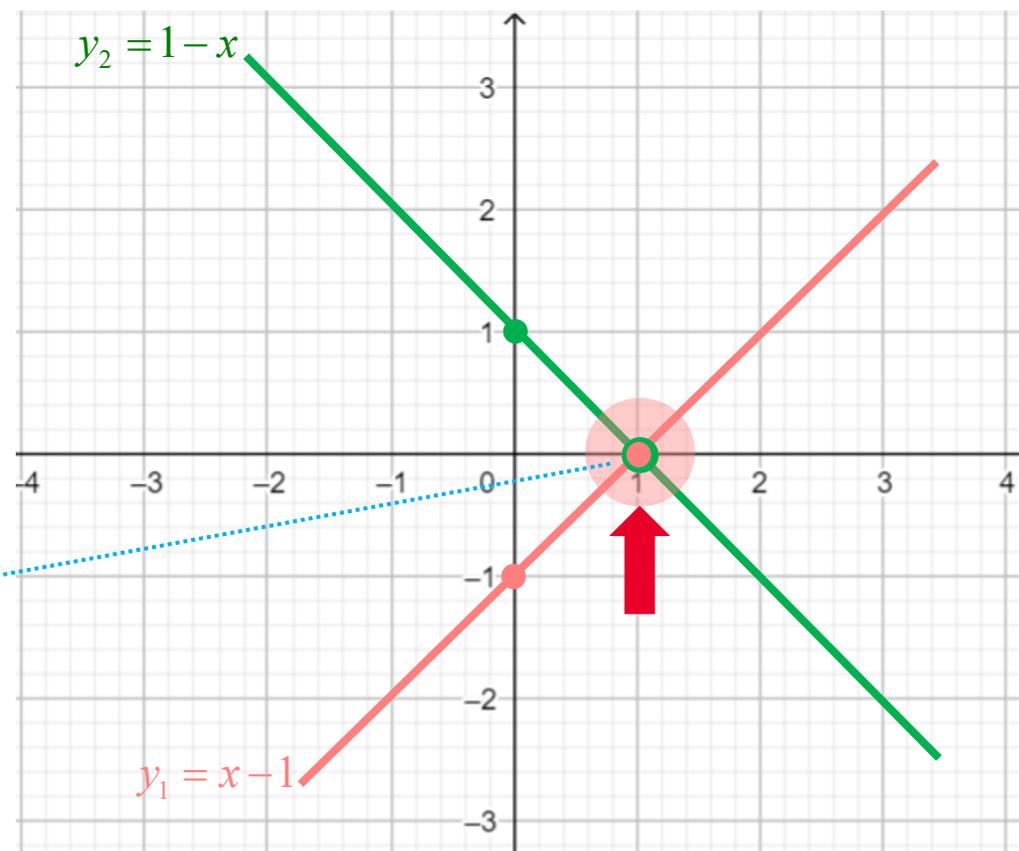
Droite 1 : $y_1 = x - 1$

x	$y_1 = x - 1$
0	-1
1	0

Droite 2 : $y_2 = 1 - x$

x	$y_2 = 1 - x$
0	1
1	0

$$S = \{1\}$$



4

RÉSOLUTION D'UNE ÉQUATION LINÉAIRE À UNE VARIABLE

INTERPRÉTATION GRAPHIQUE

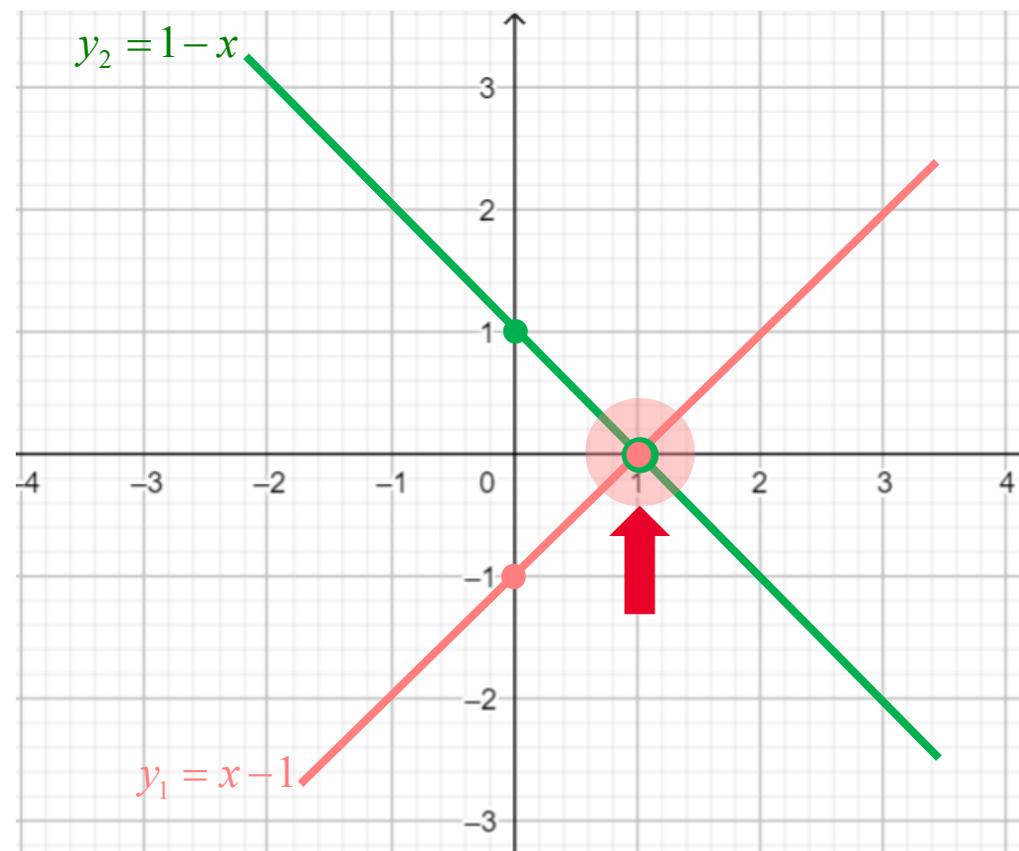
Exemple Résoudre l'équation suivante $x - 1 = 1 - x$

$$x - 1 = 1 - x$$

$$S = \{1\}$$



L'ensemble solution S est réduit à une seule valeur.



4

RÉSOLUTION D'UNE ÉQUATION LINÉAIRE À UNE VARIABLE

INTERPRÉTATION GRAPHIQUE

Exemple

Résoudre l'équation suivante

$$x - 1 = \frac{3x - 3}{3}$$

$$\begin{aligned} x - 1 &= \frac{3x - 3}{3} && \Leftrightarrow 3(x - 1) = 3x - 3 \\ &&& \Leftrightarrow 0 = 0 \end{aligned}$$

$$S = \mathbb{R}$$

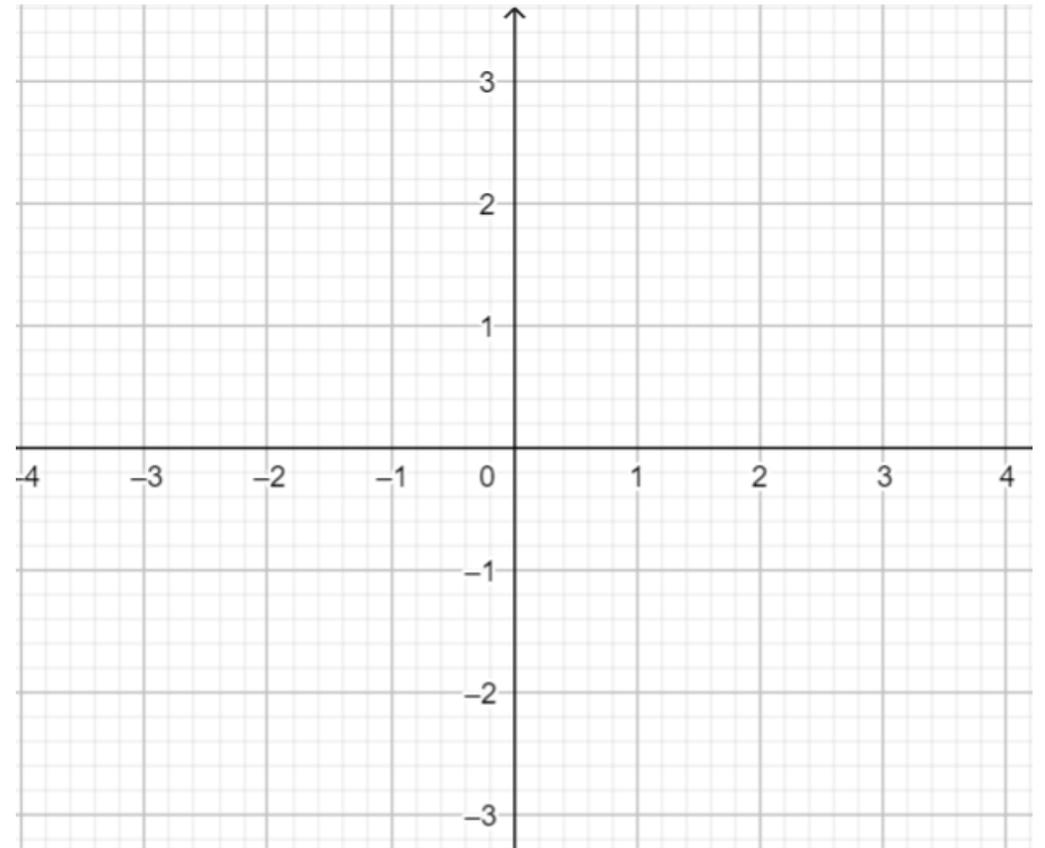
4

RÉSOLUTION D'UNE ÉQUATION LINÉAIRE À UNE VARIABLE

INTERPRÉTATION GRAPHIQUE

Exemple Résoudre l'équation suivante $x - 1 = \frac{3x - 3}{3}$

$$x - 1 = \frac{3x - 3}{3} \quad S = \mathbb{R}$$



4

RÉSOLUTION D'UNE ÉQUATION LINÉAIRE À UNE VARIABLE

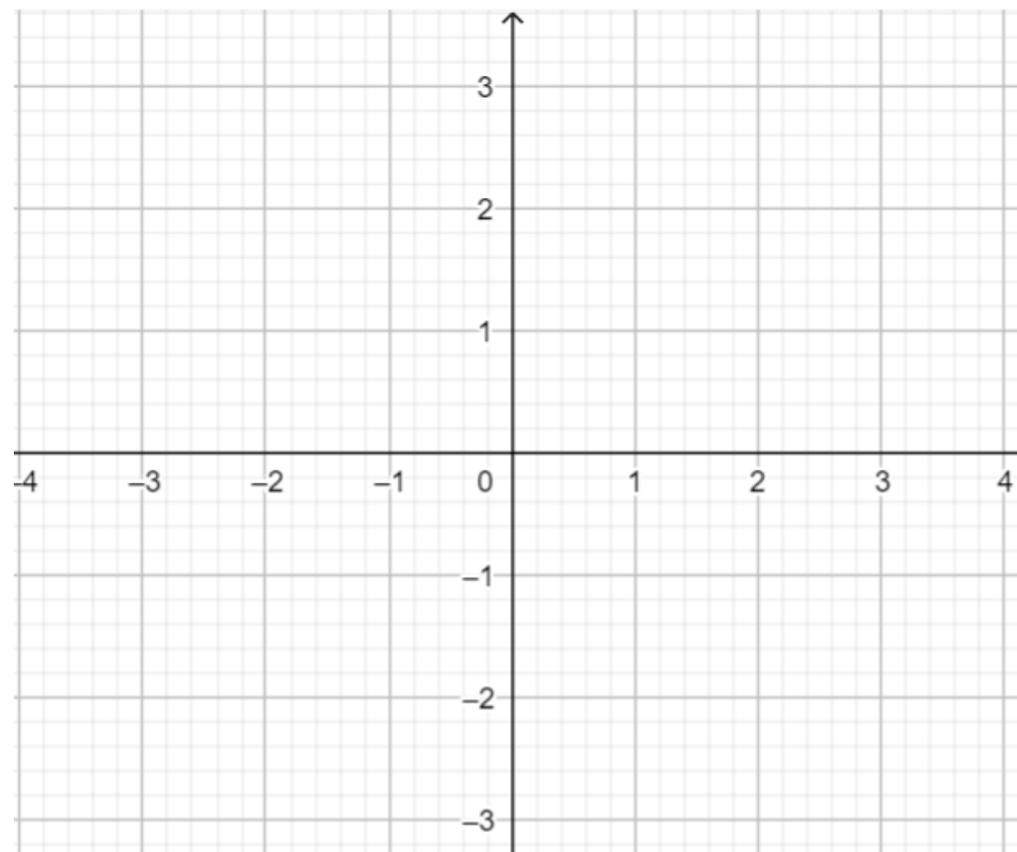
INTERPRÉTATION GRAPHIQUE

Exemple Résoudre l'équation suivante $x - 1 = \frac{3x - 3}{3}$

$$x - 1 = \frac{3x - 3}{3} \quad S = \mathbb{R}$$

Droite 1 : $y_1 = x - 1$

Droite 2 : $y_2 = \frac{3x - 3}{3}$



4

RÉSOLUTION D'UNE ÉQUATION LINÉAIRE À UNE VARIABLE

INTERPRÉTATION GRAPHIQUE

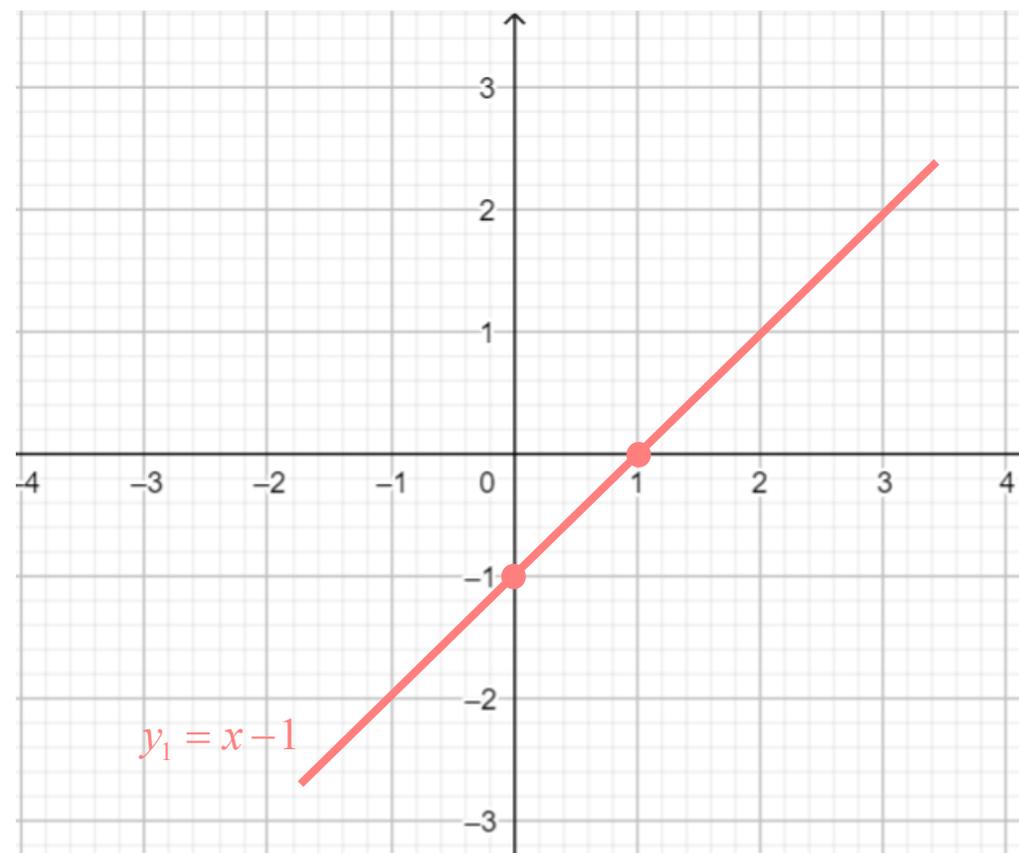
Exemple Résoudre l'équation suivante $x - 1 = \frac{3x - 3}{3}$

$$x - 1 = \frac{3x - 3}{3} \quad S = \mathbb{R}$$

Droite 1 : $y_1 = x - 1$

Droite 2 : $y_2 = \frac{3x - 3}{3}$

x	$y_1 = x - 1$
0	-1
1	0



4

RÉSOLUTION D'UNE ÉQUATION LINÉAIRE À UNE VARIABLE

INTERPRÉTATION GRAPHIQUE

Exemple Résoudre l'équation suivante $x - 1 = \frac{3x - 3}{3}$

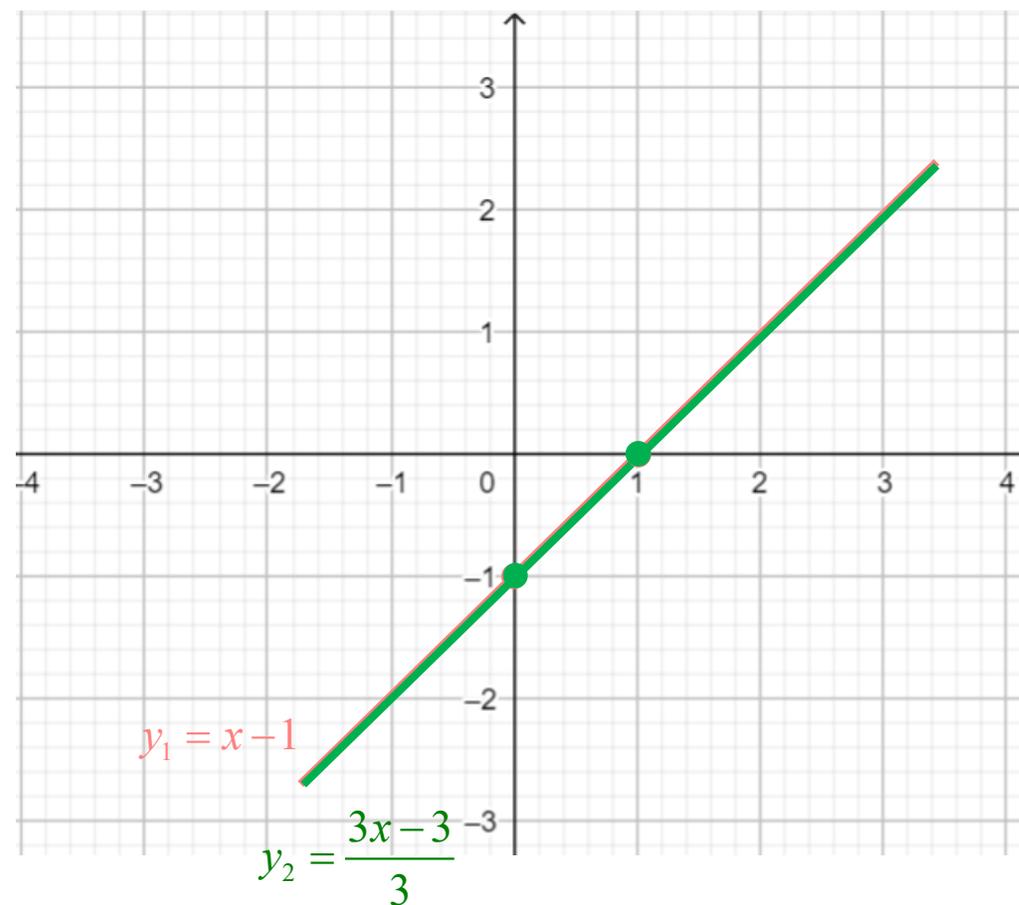
$$x - 1 = \frac{3x - 3}{3} \quad S = \mathbb{R}$$

Droite 1 : $y_1 = x - 1$

Droite 2 : $y_2 = \frac{3x - 3}{3}$

x	$y_1 = x - 1$
0	-1
1	0

x	$y_2 = \frac{3x - 3}{3}$
0	-1
1	0



4

RÉSOLUTION D'UNE ÉQUATION LINÉAIRE À UNE VARIABLE

INTERPRÉTATION GRAPHIQUE

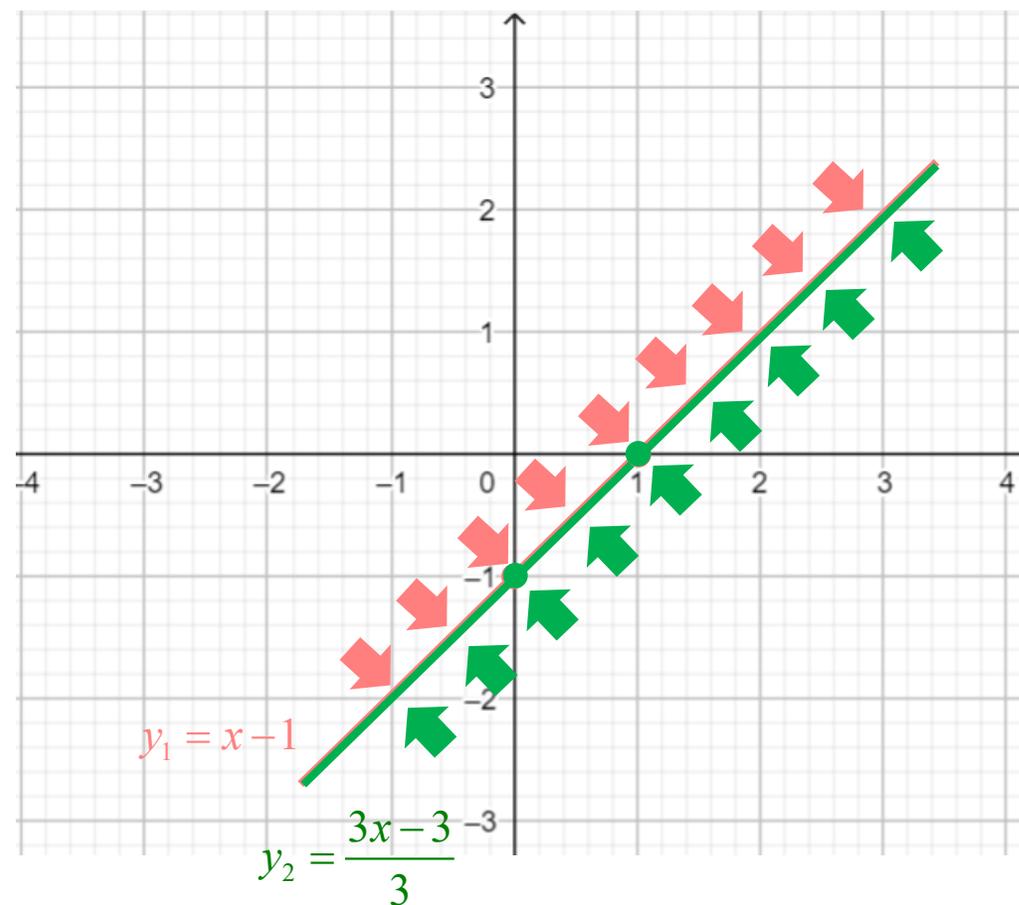
Exemple Résoudre l'équation suivante $x - 1 = \frac{3x - 3}{3}$

$$x - 1 = \frac{3x - 3}{3} \quad S = \mathbb{R}$$

Droite 1 : $y_1 = x - 1$ Droite 2 : $y_2 = \frac{3x - 3}{3}$

x	$y_1 = x - 1$
0	-1
1	0

x	$y_2 = \frac{3x - 3}{3}$
0	-1
1	0



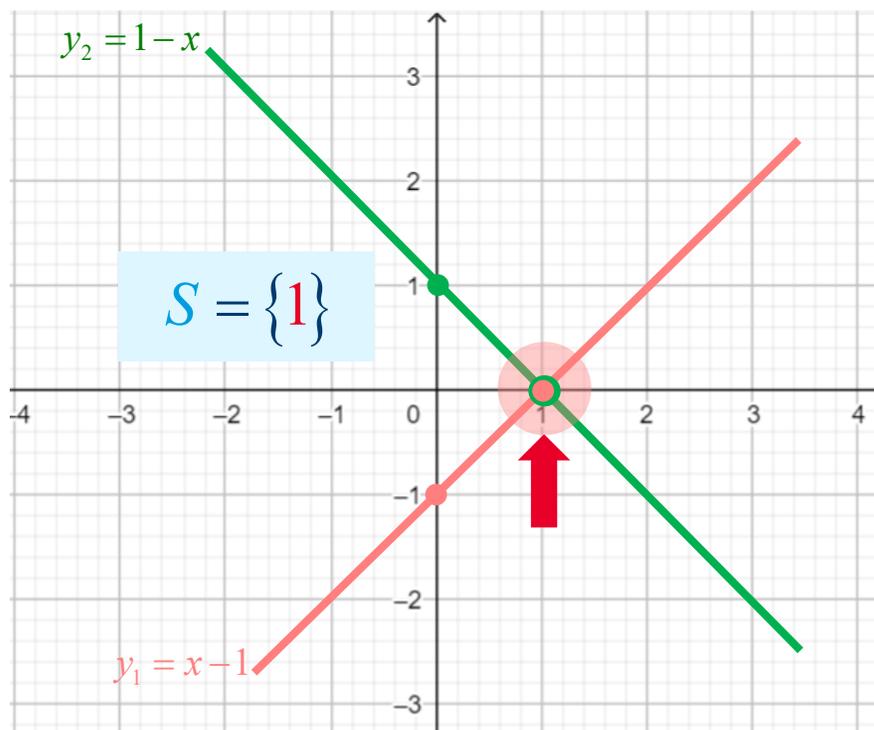
4

RÉSOLUTION D'UNE ÉQUATION LINÉAIRE À UNE VARIABLE

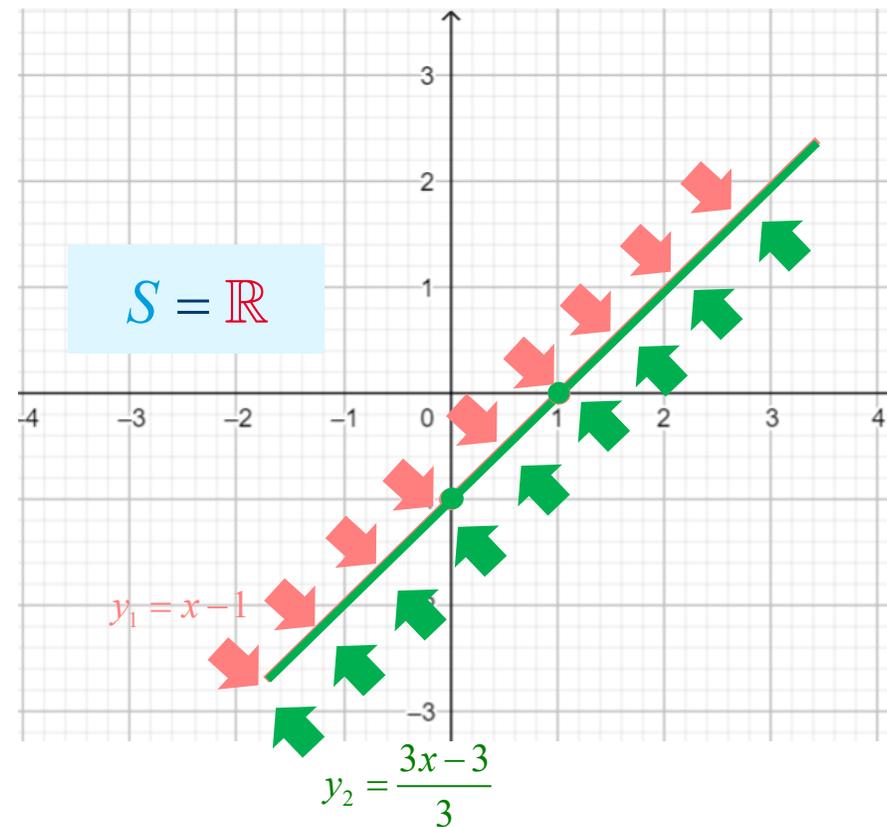
INTERPRÉTATION GRAPHIQUE



Solution unique



Infinité de solutions





Solution unique



Infinité de solutions



Aucune solution

4

RÉSOLUTION D'UNE ÉQUATION LINÉAIRE À UNE VARIABLE

INTERPRÉTATION GRAPHIQUE

Exemple Résoudre l'équation suivante $x - 1 = x + 2$

$$x - 1 = x + 2 \Leftrightarrow -1 = 2$$

$$S = \emptyset$$



L'équation n'admet *aucune* solution

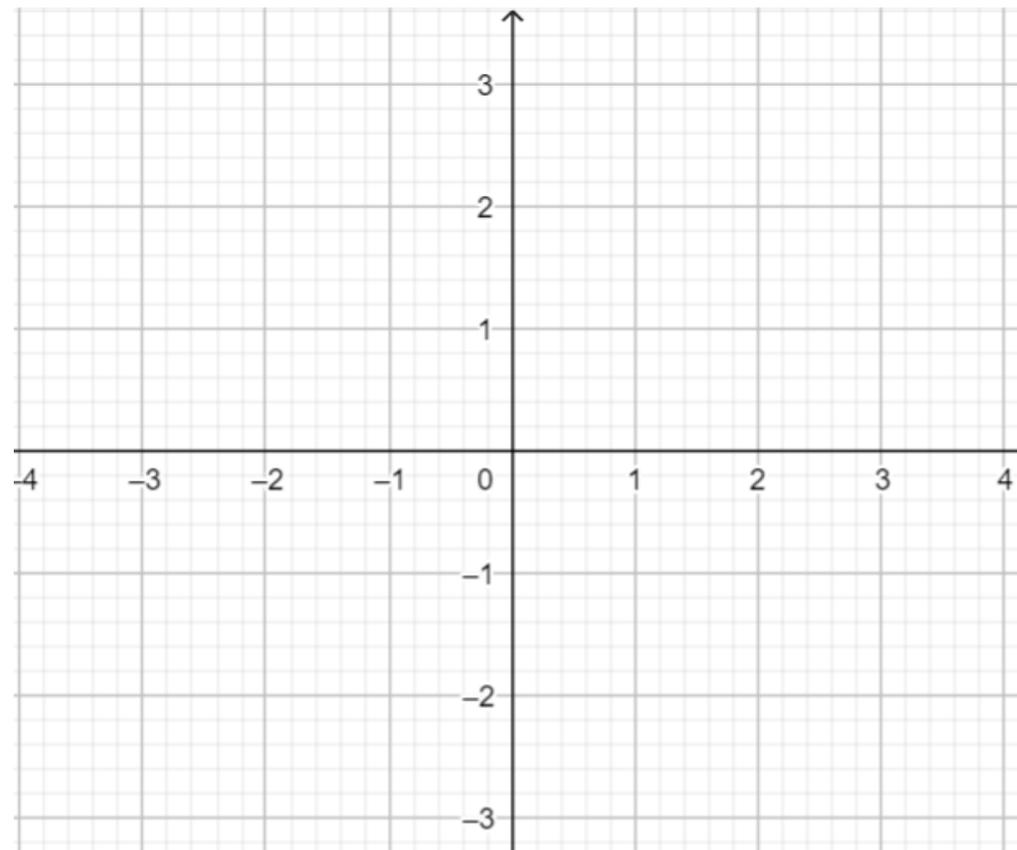
4

RÉSOLUTION D'UNE ÉQUATION LINÉAIRE À UNE VARIABLE

INTERPRÉTATION GRAPHIQUE

Exemple Résoudre l'équation suivante $x - 1 = x + 2$

$$x - 1 = x + 2 \quad S = \emptyset$$



4

RÉSOLUTION D'UNE ÉQUATION LINÉAIRE À UNE VARIABLE

INTERPRÉTATION GRAPHIQUE

Exemple Résoudre l'équation suivante $x - 1 = x + 2$

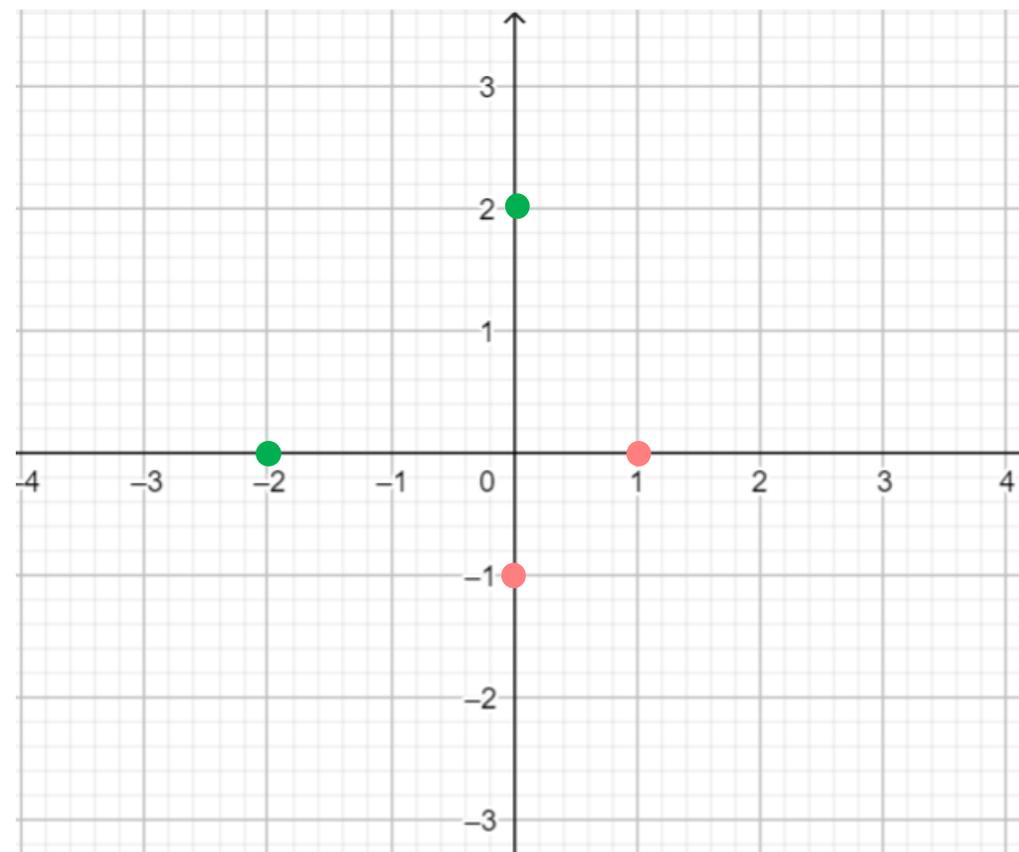
$$x - 1 = x + 2 \quad S = \emptyset$$

Droite 1 : $y_1 = x - 1$

x	$y_1 = x - 1$
0	-1
1	0

Droite 2 : $y_2 = x + 2$

x	$y_2 = x + 2$
0	2
-2	0



4

RÉSOLUTION D'UNE ÉQUATION LINÉAIRE À UNE VARIABLE

INTERPRÉTATION GRAPHIQUE

Exemple Résoudre l'équation suivante $x - 1 = x + 2$

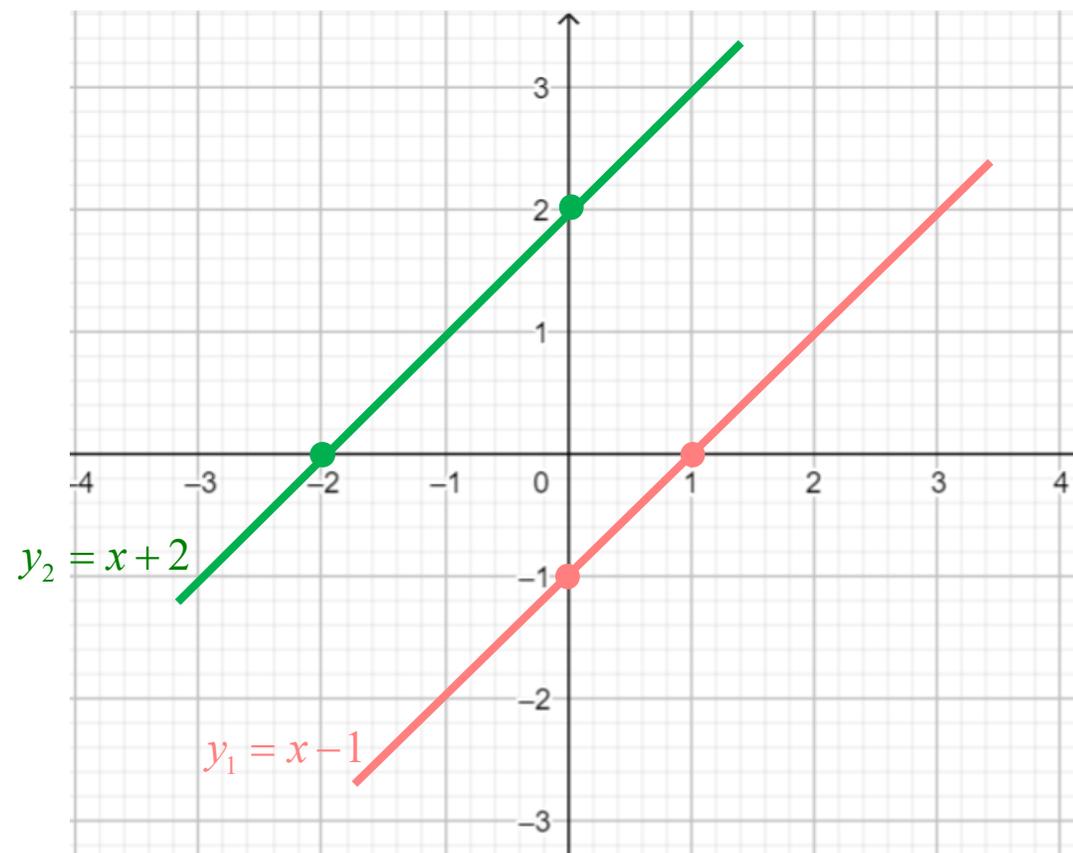
$$x - 1 = x + 2 \quad S = \emptyset$$

Droite 1 : $y_1 = x - 1$

x	$y_1 = x - 1$
0	-1
1	0

Droite 2 : $y_2 = x + 2$

x	$y_2 = x + 2$
0	2
-2	0



4

RÉSOLUTION D'UNE ÉQUATION LINÉAIRE À UNE VARIABLE

INTERPRÉTATION GRAPHIQUE

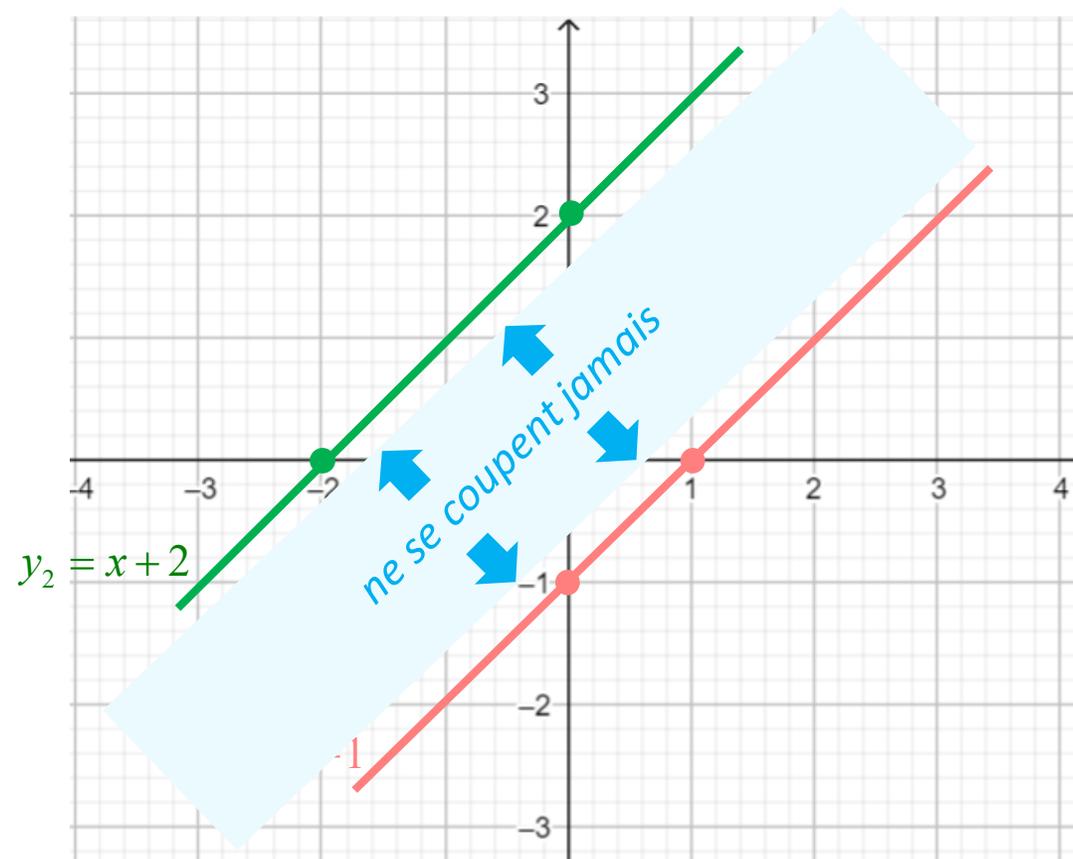
Exemple Résoudre l'équation suivante $x - 1 = x + 2$

$$x - 1 = x + 2 \quad S = \emptyset$$

Droite 1 : $y_1 = x - 1$

Droite 2 : $y_2 = x + 2$

x	$y_1 = x - 1$	x	$y_2 = x + 2$
0	-1	0	2
1	0	-2	0



4

RÉSOLUTION D'UNE ÉQUATION LINÉAIRE À UNE VARIABLE

INTERPRÉTATION GRAPHIQUE

Exemple Résoudre l'équation suivante $x - 1 = x + 2$

$$x - 1 = x + 2 \quad S = \emptyset$$

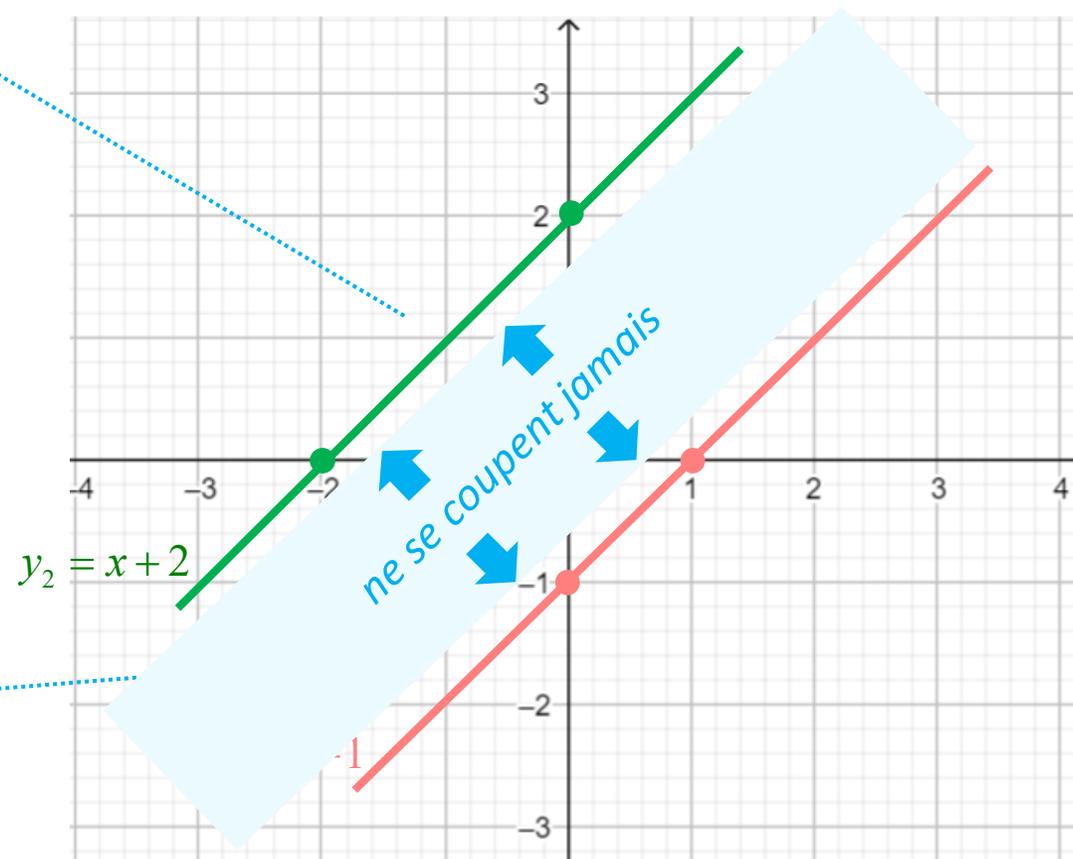
Droite 1 : $y_1 = x - 1$

x	$y_1 = x - 1$
0	-1
1	0

Droite 2 : $y_2 = x + 2$

x	$y_2 = x + 2$
0	2
-2	0

L'équation n'admet **aucune** solution





RÉSUMÉ RÉSOLUTION D'UNE ÉQUATION LINÉAIRE À UNE VARIABLE



RÉSUMÉ RÉSOLUTION D'UNE ÉQUATION LINÉAIRE À UNE VARIABLE

1

Équation linéaire à une variable: $ax + b = 0$ $a, b \in \mathbb{R}$ et $a \neq 0$



RÉSUMÉ RÉSOLUTION D'UNE ÉQUATION LINÉAIRE À UNE VARIABLE

1

Équation linéaire à une variable: $ax + b = 0$ $a, b \in \mathbb{R}$ et $a \neq 0$

2

Résoudre une équation linéaire: effectuer des opérations élémentaires (+, -, ×, ÷) pour trouver la solution de l'équation.



RÉSUMÉ RÉSOLUTION D'UNE ÉQUATION LINÉAIRE À UNE VARIABLE

1

Équation linéaire à une variable: $ax + b = 0$ $a, b \in \mathbb{R}$ et $a \neq 0$

2

Résoudre une équation linéaire: effectuer des opérations élémentaires (+, -, ×, ÷) pour trouver la solution de l'équation.

3

Une équation linéaire à une variable peut avoir :



RÉSUMÉ RÉSOLUTION D'UNE ÉQUATION LINÉAIRE À UNE VARIABLE

1

Équation linéaire à une variable: $ax + b = 0$ $a, b \in \mathbb{R}$ et $a \neq 0$

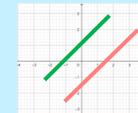
2

Résoudre une équation linéaire: effectuer des opérations élémentaires (+, -, ×, ÷) pour trouver la solution de l'équation.

3

Une équation linéaire à une variable peut avoir :

- Aucune solution: **2 droites parallèles et distinctes**





RÉSUMÉ RÉSOLUTION D'UNE ÉQUATION LINÉAIRE À UNE VARIABLE

1

Équation linéaire à une variable: $ax + b = 0$ $a, b \in \mathbb{R}$ et $a \neq 0$

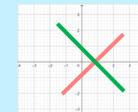
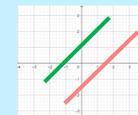
2

Résoudre une équation linéaire: effectuer des opérations élémentaires (+, -, ×, ÷) pour trouver la solution de l'équation.

3

Une équation linéaire à une variable peut avoir :

- Aucune solution: 2 droites parallèles et distinctes
- Une seule solution: 2 droites sécantes ou





RÉSUMÉ RÉSOLUTION D'UNE ÉQUATION LINÉAIRE À UNE VARIABLE

1

Équation linéaire à une variable: $ax + b = 0$ $a, b \in \mathbb{R}$ et $a \neq 0$

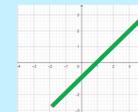
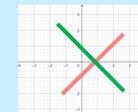
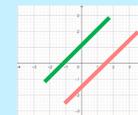
2

Résoudre une équation linéaire: effectuer des opérations élémentaires (+, -, ×, ÷) pour trouver la solution de l'équation.

3

Une équation linéaire à une variable peut avoir :

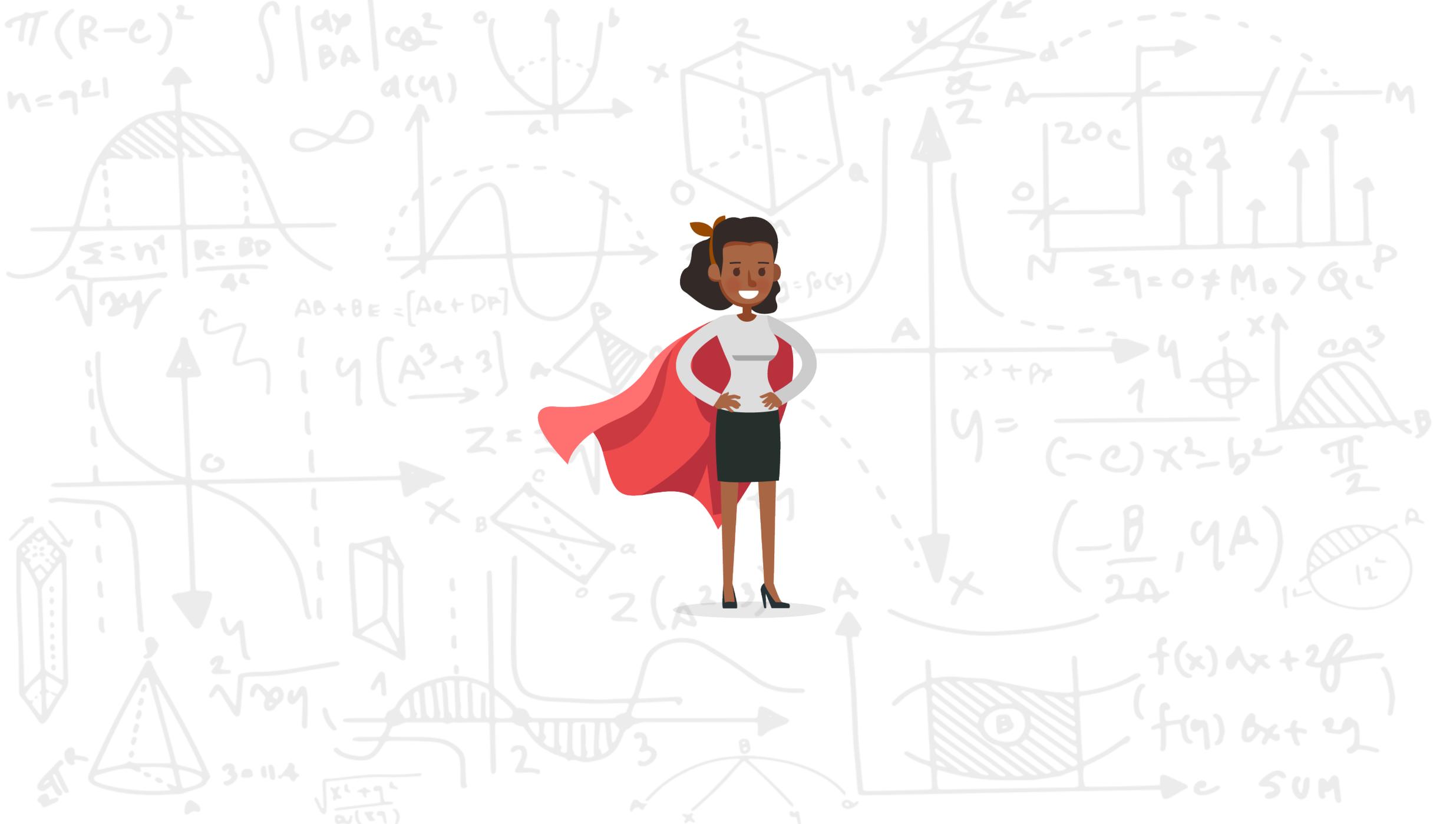
- Aucune solution: 2 droites parallèles et distinctes
- Une seule solution: 2 droites sécantes *ou*
- Une infinité de solutions: 2 droites confondues

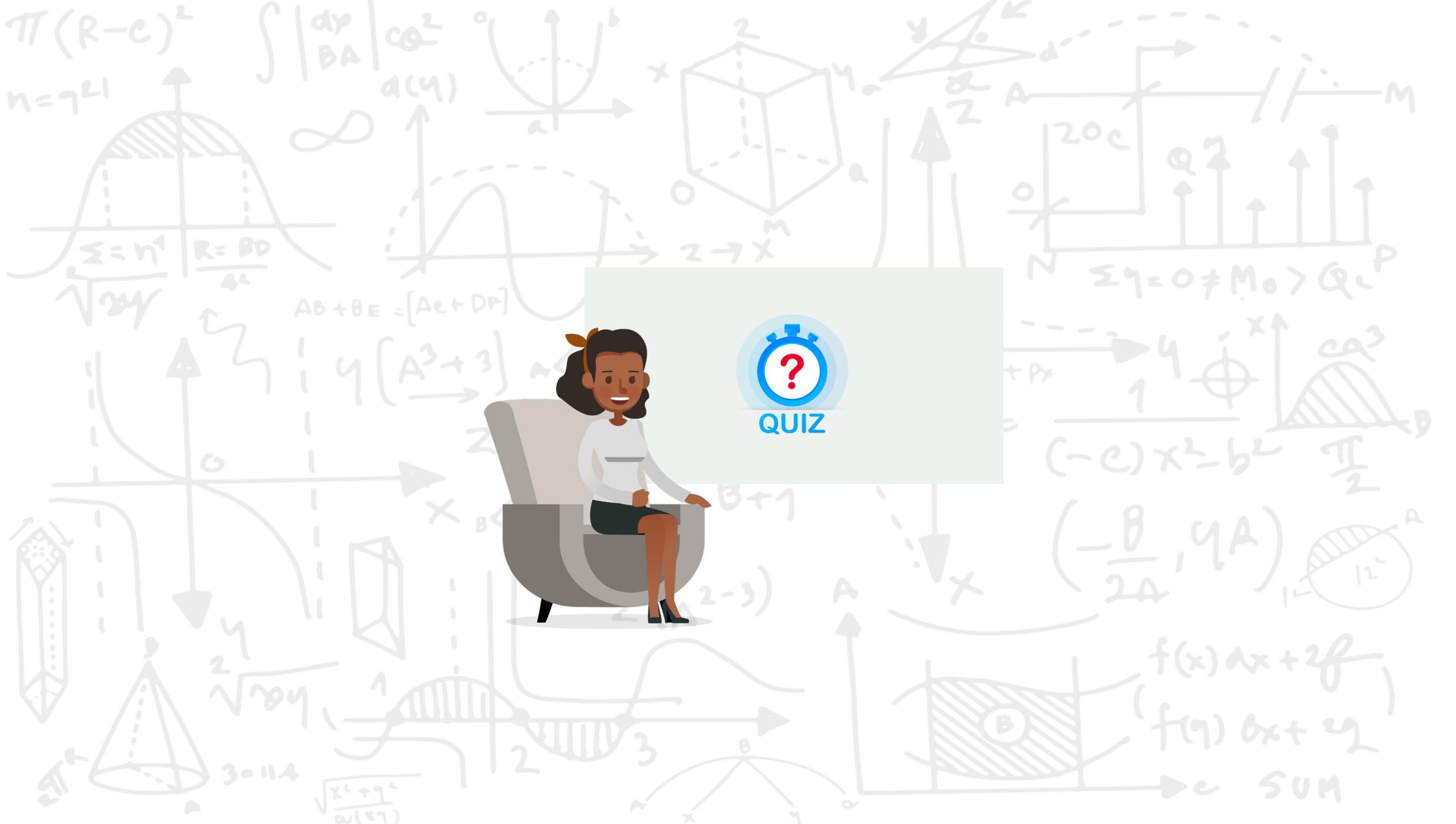




BIBLIOGRAPHIE

- Michèle Gingras, **Mathématique d'appoint**, 5e édition, 2015, Éditeur Chenelière éducation.
- Josée Hamel, **Mise à niveau Mathématique**, 2e édition, 2017, Éditeur Pearson (ERPI)





HEC MONTRÉAL

DÉPARTEMENT DE SCIENCES DE LA DÉCISION
CENTRE D'AIDE EN MATHÉMATIQUES ET STATISTIQUE

2021

*Direction de l'apprentissage et de l'innovation pédagogique
Service de l'audiovisuel*