HEC MONTRÉAL

DÉPARTEMENT DE SCIENCES DE LA DÉCISION
FATIHA KACHER - Maître d'enseignement
CENTRE D'AIDE EN MATHÉMATIQUES ET STATISTIQUE
MICHEL KEOULA - Coordonnateur

MATHÉMATIQUES D'APPOINT

FONCTIONS EXPONENTIELLES

FONCTIONS EXPONENTIELLES

- Définitions et propriétés

FONCTIONS EXPONENTIELLES

- Définition et propriétés

- Propriétés graphiques

FONCTIONS EXPONENTIELLES

- Définition et propriétés
- Propriétés graphiques
- Équations exponentielles

Définition et propriétés

Définition Une fonction exponentielle de base a , où $a \in \left]0,+\infty\right[$ et $a \neq 1$ exprimée sous sa forme la plus simple, est une fonction de la forme :

$$f(x) = a^{x}, \text{ où } x \in \mathbb{R}$$

Définition et propriétés

Définition Une fonction exponentielle de base a, où $a \in]0,+\infty[$ et $a \neq 1$ exprimée sous sa forme la plus simple, est une fonction de la forme :

$$f(x) = a^x, \text{ où } x \in \mathbb{R}$$

Expression de $f(x)$	Est-ce une fonction exponentielle?	Si oui, que vaut la base a/ Sinon, pourquoi
$f(x) = 2^x$		
$f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$		
$f(x) = (0.75)^x$		
$f(x) = (-3)^x$		
$f(x) = x^5$		

Définition et propriétés

Définition Une fonction exponentielle de base a , où $a \in]0,+\infty[$ et $a \neq 1$ exprimée sous sa forme la plus simple, est une fonction de la forme :

$$f(x) = a^x, \text{ où } x \in \mathbb{R}$$

Expression de $f(x)$	Est-ce une fonction exponentielle?	Si oui, que vaut la base a/ Sinon, pourquoi
$f(x) = 2^x$	**oui**	
$f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$	**oui**	
$f(x) = (0.75)^x$	**oui**	
$f(x) = (-3)^x$		
$f(x) = x^5$		

Définition et propriétés

Définition Une fonction exponentielle de base a, où $a \in]0,+\infty[$ et $a \neq 1$ exprimée sous sa forme la plus simple, est une fonction de la forme :

$$f(x) = a^x, \text{ où } x \in \mathbb{R}$$

Expression de $f(x)$	Est-ce une fonction exponentielle?	Si oui, que vaut la base a/ Sinon, pourquoi
$f(x) = 2^x$	**oui**	$a = 2$
$f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$	**oui**	$a = \frac{1}{2}$
$f(x) = (0.75)^x$	**oui**	$a = 0.75$
$f(x) = (-3)^x$		
$f(x) = x^5$		

Définition et propriétés

Définition Une fonction exponentielle de base a, où $a \in]0,+\infty[$ et $a \neq 1$ exprimée sous sa forme la plus simple, est une fonction de la forme :

$$f(x) = a^x, \text{ où } x \in \mathbb{R}$$

Expression de $f(x)$	Est-ce une fonction exponentielle?	Si oui, que vaut la base a/ Sinon, pourquoi
$f(x) = 2^x$	**oui**	$a = 2$
$f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$	**oui**	$a = \frac{1}{2}$
$f(x) = (0.75)^x$	**oui**	$a = 0.75$
$f(x) = (-3)^x$	**non**	Parce que -3 est négatif
$f(x) = x^5$		

Définition et propriétés

Définition Une fonction exponentielle de base a, où $a \in]0, +\infty[$ et $a \neq 1$ exprimée sous sa forme la plus simple, est une fonction de la forme :

$$f(x) = a^x, \text{ où } x \in \mathbb{R}$$

Expression de $f(x)$	Est-ce une fonction exponentielle?	Si oui, que vaut la base a/ Sinon, pourquoi
$f(x) = 2^x$	**oui**	$a = 2$
$f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$	**oui**	$a = \frac{1}{2}$
$f(x) = (0.75)^x$	**oui**	$a = 0.75$
$f(x) = (-3)^x$	**non**	Parce que -3 est négatif
$f(x) = x^5$	**non**	f est plutôt une fonction polynômiale

Définition et propriétés: pourquoi $a > 0$ et $a \neq 1$?

Justification par un exemple de la condition $a > 0$ et $a \neq 1$

$f(x) = a^x$, où $x \in \mathbb{R}$

Définition et propriétés: pourquoi a >0 et a ≠1 ?

Justification par un exemple de la condition $a > 0$ et $a \neq 1$

$f(x) = a^x$, où $x \in \mathbb{R}$

- La variable x peut être n'importe quel nombre réel.

Si x est un nombre rationnel,

Définition et propriétés: pourquoi a >0 et a ≠1 ?

Justification par un exemple de la condition $a > 0$ et $a \neq 1$

$f(x) = a^x$, où $x \in \mathbb{R}$

- La variable x peut être n'importe quel nombre réel.

Si x est un nombre rationnel, par exemple $x = \frac{1}{2}$, alors $a^{\frac{1}{2}} = \sqrt{a}$ est définie si et seulement si $a \geq 0$.

Définition et propriétés: pourquoi $a > 0$ et $a \neq 1$?

Justification par un exemple de la condition $a > 0$ et $a \neq 1$

$f(x) = a^x$, où $x \in \mathbb{R}$

- La variable x peut être n'importe quel nombre réel.

Si x est un nombre rationnel, par exemple $x = \frac{1}{2}$, alors $a^{\frac{1}{2}} = \sqrt{a}$ est définie si et seulement si $a \geq 0$.

Généralisation, la définition d'un exposant rationnel, $x = \frac{m}{n}$ et $n \neq 0$, nous rappelle que

Si n est pair alors $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$ est définie si et seulement si $a \geq 0$.

Définition et propriétés: pourquoi a >0 et a ≠1 ?

Justification par un exemple de la condition $a > 0$ et $a \neq 1$

$f(x) = a^x$, où $x \in \mathbb{R}$

- La variable x peut être n'importe quel nombre réel.

  Si x est un nombre rationnel, par exemple $x = \frac{1}{2}$, alors $a^{\frac{1}{2}} = \sqrt{a}$ est définie si et seulement si $a \geq 0$.

  Généralisation, la définition d'un exposant rationnel, $x = \frac{m}{n}$ et $n \neq 0$, nous rappelle que

  Si n est pair alors $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$ est définie si et seulement si $a \geq 0$.

- Imposer $a \neq 0$ étend la généralisation aux exposants rationnels négatifs avec $a^{-\frac{m}{n}} = \dfrac{1}{a^{\frac{m}{n}}}$.

Définition et propriétés: pourquoi *a >0 et a ≠1 ?*

Justification par un exemple de la condition $a > 0$ et $a \neq 1$

$f(x) = a^x$, où $x \in \mathbb{R}$

- La variable x peut être n'importe quel nombre réel.

  Si x est un nombre rationnel, par exemple $x = \frac{1}{2}$, alors $a^{\frac{1}{2}} = \sqrt{a}$ est définie si et seulement si $a \geq 0$.

  Généralisation, la définition d'un exposant rationnel, $x = \frac{m}{n}$ et $n \neq 0$, nous rappelle que

  Si n est pair alors $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$ est définie si et seulement si $a \geq 0$.

- Imposer $a \neq 0$ étend la généralisation aux exposants rationnels négatifs puisque $a^{-\frac{m}{n}} = \dfrac{1}{a^{\frac{m}{n}}}$.
- Imposer $a \neq 1$ assure de ne pas avoir une fonction constante.

Définition et propriétés

Une propriété très utile pour **effectuer d**es calculs sur les fonctions exponentielles:

$$a^{x+y} = a^x a^y \ , a \in \left]0,+\infty\right[, a \neq 1 \text{ et } x, y \in \mathbb{R}$$

Définition et propriétés

Une propriété très utile pour les calculs sur les fonctions exponentielles:

$$a^{x+y} = a^x a^y \ , a \in]0,+\infty[, \ a \neq 1 \text{ et } \ x, y \in \mathbb{R}$$

Rappel des propriétés Soit les nombres $a, \ b \in]0,+\infty[, \ a \neq 1, \ b \neq 1$ et $x, y \in \mathbb{R}$

Définition et propriétés

Une propriété très utile pour les calculs sur les fonctions exponentielles:

$$a^{x+y} = a^x\, a^y \;,\; a \in \left]0,+\infty\right[,\; a \neq 1 \text{ et } x, y \in \mathbb{R}$$

Rappel des propriétés Soit les nombres $a,\ b \in \left]0,+\infty\right[,\ a \neq 1,\ b \neq 1$ et $x, y \in \mathbb{R}$

$a^{x+y} = a^x\, a^y$		

Définition et propriétés

Une propriété très utile pour les calculs sur les fonctions exponentielles:

$$a^{x+y} = a^x\, a^y \;,\; a \in \left]0, +\infty\right[,\; a \neq 1 \text{ et } \; x, y \in \mathbb{R}$$

Rappel des propriétés Soit les nombres $a,\; b \in \left]0, +\infty\right[,\; a \neq 1,\; b \neq 1$ et $x, y \in \mathbb{R}$

$a^{x+y} = a^x\, a^y$	$a^{x-y} = \dfrac{a^x}{a^y}$	

Définition et propriétés

Une propriété très utile pour les calculs sur les fonctions exponentielles:

$$a^{x+y} = a^x\, a^y \;,\; a \in \left]0,+\infty\right[,\; a \neq 1 \text{ et } \; x, y \in \mathbb{R}$$

Rappel des propriétés Soit les nombres $a,\ b \in \left]0,+\infty\right[,\ a \neq 1,\ b \neq 1$ et $x, y \in \mathbb{R}$

$a^{x+y} = a^x\, a^y$	$a^{x-y} = \dfrac{a^x}{a^y}$	$a^{xy} = (a^x)^y = (a^y)^x$

Définition et propriétés

Une propriété très utile pour les calculs sur les fonctions exponentielles:

$$a^{x+y} = a^x \, a^y \ , \ a \in \left]0, +\infty\right[, \ a \neq 1 \text{ et } \ x, y \in \mathbb{R}$$

Rappel des propriétés Soit les nombres $a, \ b \in \left]0, +\infty\right[, \ a \neq 1, \ b \neq 1$ et $x, y \in \mathbb{R}$

$a^{x+y} = a^x \, a^y$	$a^{x-y} = \dfrac{a^x}{a^y}$	$a^{xy} = (a^x)^y = (a^y)^x$
$(ab)^x = a^x \, b^x$		

Définition et propriétés

Une propriété très utile pour les calculs sur les fonctions exponentielles:

$$a^{x+y} = a^x\, a^y \;,\; a \in \left]0,+\infty\right[,\; a \neq 1 \text{ et } \; x, y \in \mathbb{R}$$

Rappel des propriétés Soit les nombres $a,\ b \in \left]0,+\infty\right[,\ a \neq 1,\ b \neq 1$ et $x, y \in \mathbb{R}$

$a^{x+y} = a^x\, a^y$	$a^{x-y} = \dfrac{a^x}{a^y}$	$a^{xy} = (a^x)^y = (a^y)^x$
$(ab)^x = a^x\, b^x$	$\left(\dfrac{a}{b}\right)^x = \dfrac{a^x}{b^x}$	

Définition et propriétés

Une propriété très utile pour les calculs sur les fonctions exponentielles:

$$a^{x+y} = a^x\, a^y \;,\; a \in \left]0,+\infty\right[,\; a \neq 1 \text{ et } x, y \in \mathbb{R}$$

Rappel des propriétés Soit les nombres $a,\ b \in \left]0,+\infty\right[,\ a \neq 1,\ b \neq 1$ et $x, y \in \mathbb{R}$

$a^{x+y} = a^x\, a^y$	$a^{x-y} = \dfrac{a^x}{a^y}$	$a^{xy} = (a^x)^y = (a^y)^x$
$(ab)^x = a^x\, b^x$	$\left(\dfrac{a}{b}\right)^x = \dfrac{a^x}{b^x}$	$a^{-x} = \dfrac{1}{a^x}$

Définition et propriétés

Une propriété très utile pour les calculs sur les fonctions exponentielles:

$$a^{x+y} = a^x\, a^y \;,\; a \in \left]0,+\infty\right[,\; a \neq 1 \text{ et } x, y \in \mathbb{R}$$

Rappel des propriétés Soit les nombres $a,\; b \in \left]0,+\infty\right[,\; a \neq 1,\; b \neq 1$ et $x, y \in \mathbb{R}$

$a^{x+y} = a^x\, a^y$	$a^{x-y} = \dfrac{a^x}{a^y}$	$a^{xy} = (a^x)^y = (a^y)^x$
$(ab)^x = a^x\, b^x$	$\left(\dfrac{a}{b}\right)^x = \dfrac{a^x}{b^x}$	$a^{-x} = \dfrac{1}{a^x}$
$a^0 = 1$		

Définition et propriétés

Exemple : Utilisation de la fonction exponentielle $\boldsymbol{Q}(\boldsymbol{t}) = Q_o \boldsymbol{a}^{\boldsymbol{K}\boldsymbol{t}}$

Définition et propriétés

Exemple : Utilisation de la fonction exponentielle $\boldsymbol{Q(t)} = Q_o \boldsymbol{a}^{\boldsymbol{Kt}}$

- La croissance ou la décroissance d'une population
- La croissance d'un investissement
- La dépréciation d'une voiture

Définition et propriétés

Exemple : Utilisation de la fonction exponentielle $\boldsymbol{Q}(\boldsymbol{t}) = Q_o \boldsymbol{a}^{\boldsymbol{Kt}}$

- La croissance ou la décroissance d'une population
- La croissance d'un investissement
- La dépréciation d'une voiture

Q_o	**Quantité initiale**
a	
K	
t	

Définition et propriétés

Exemple : Utilisation de la fonction exponentielle $Q(t) = Q_o a^{Kt}$

- La croissance ou la décroissance d'une population
- La croissance d'un investissement
- La dépréciation d'une voiture

Q_o	Quantité initiale
a	**Constante sans unité; représente le facteur de croissance ($a > 1$) ou de décroissance ($0 < a < 1$), la base de la fonction exponentielle.**
K	
t	

Définition et propriétés

Exemple : <u>Utilisation de la fonction exponentielle</u> $Q(t) = Q_o a^{Kt}$

- La croissance ou la décroissance d'une population
- La croissance d'un investissement
- La dépréciation d'une voiture

Q_o	Quantité initiale
a	Constante sans unité; représente le facteur de **croissance** ($a > 1$) ou de **décroissance** ($0 < a < 1$), la base de la fonction exponentielle.
K	
t	**variable indépendante (temps en mois, année, etc.).**

Définition et propriétés

Exemple : Utilisation de la fonction exponentielle $\boldsymbol{Q(t)} = Q_o \boldsymbol{a}^{\boldsymbol{Kt}}$

- La croissance ou la décroissance d'une population
- La croissance d'un investissement
- La dépréciation d'une voiture

Q_o	Quantité initiale
a	Constante sans unité; représente le facteur de **croissance** (***a > 1***) ou de **décroissance** (***0 < a < 1***), la base de la fonction exponentielle.
K	**Constante exprimée en unités inverses du temps (« mois^{-1} », « année^{-1} », etc); représente l'inverse du temps nécessaire pour que la quantité soit multipliée par un facteur $\boldsymbol{a}$.**
t	variable indépendante (temps en mois, année, etc.).

Définition et propriétés

Exemple :

$t = 0$	$t = 1$	$t = 2$	$t = 3$	$t = n$
100	$100 \times 1{,}05$	$100 \times 1{,}05 \times 1{,}05$	$100 \times 1{,}05 \times 1{,}05 \times 1{,}05$	$100 \times 1{,}05 \times 1{,}05 \times \ldots \times 1{,}05$

Définition et propriétés

Exemple : la fonction $V(t) = 100(1 + 5\%)^t$, donne la valeur d'un capital placé pendant *t* années à un taux d'intérêt composé annuellement de 5 %.

t =0	t = 1	t = 2	t = 3	t = n
100	$100 \times 1{,}05$	$100 \times 1{,}05 \times 1{,}05$	$100 \times 1{,}05 \times 1{,}05 \times 1{,}05$	$100 \times 1{,}05 \times 1{,}05 \times \ldots \times 1{,}05$

Définition et propriétés

Exemple : la fonction $V(t) = 100(1 + 5\%)^t$, donne la valeur d'un capital placé pendant *t* années à un taux d'intérêt composé annuellement de 5 %.

t =0	t = 1	t = 2	t = 3	t = n
100	$100 \times 1{,}05$	$100 \times 1{,}05 \times 1{,}05$	$100 \times 1{,}05 \times 1{,}05 \times 1{,}05$	$100 \times 1{,}05 \times 1{,}05 \times \ldots \times 1{,}05$

Constante ou variable	Interprétation
$V_0 = 100\ \$$	**Le capital initial est de 100 $**

Définition et propriétés

Exemple : la fonction $V(t) = 100(1 + 5\%)^t$, donne la valeur d'un capital placé pendant *t* années à un taux d'intérêt composé annuellement de 5 %.

t =0	t = 1	t = 2	t = 3	t = n
100	$100 \times 1{,}05$	$100 \times 1{,}05 \times 1{,}05$	$100 \times 1{,}05 \times 1{,}05 \times 1{,}05$	$100 \times 1{,}05 \times 1{,}05 \times \ldots \times 1{,}05$

Constante ou variable	Interprétation
$V_0 = 100\ \$$	Le capital initial est de 100 $
1,05	***a* = (1 + 0.05) = 1.05 > 1, il s'agit d'un facteur de croissance**

Définition et propriétés

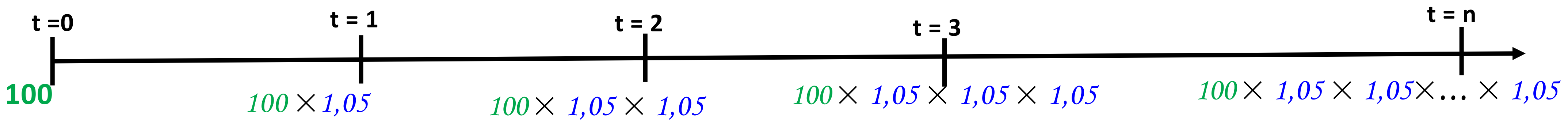
Exemple : la fonction $V(t) = 100(1 + 5\%)^t$, donne la valeur d'un capital placé pendant *t* années à un taux d'intérêt composé annuellement de 5 %.

t =0	t = 1	t = 2	t = 3	t = n
100	$100 \times 1{,}05$	$100 \times 1{,}05 \times 1{,}05$	$100 \times 1{,}05 \times 1{,}05 \times 1{,}05$	$100 \times 1{,}05 \times 1{,}05 \times \ldots \times 1{,}05$

Constante ou variable	Interprétation
$V_0 = 100$ \$	Le capital initial est de 100 \$
1,05	$a = (1 + 0.05) = 1.05 > 1$, il s'agit d'un facteur de croissance
t	**Temps en année**

Définition et propriétés

Exemple : la fonction $V(t) = 100(1 + 5\%)^t$, donne la valeur d'un capital placé pendant *t* années à un taux d'intérêt composé annuellement de 5 %.



Constante ou variable	Interprétation
$V_0 = 100\ \$$	Le capital initial est de 100 $
1,05	$a = (1 + 0.05) = 1.05 > 1$, il s'agit d'un facteur de croissance
t	Temps en année
K	K = 1 en années^{-1} (1/année ou 1 par an)

Définition et propriétés

Exemple : la fonction $V(t) = 100(1 + 5\%)^t$, donne la valeur d'un capital placé pendant *t* années à un taux d'intérêt composé annuellement de 5 %.

t = 0	t = 1	t = 2	t = 3	t = n
100	$100 \times 1{,}05$	$100 \times 1{,}05 \times 1{,}05$	$100 \times 1{,}05 \times 1{,}05 \times 1{,}05$	$100 \times 1{,}05 \times 1{,}05 \times \ldots \times 1{,}05$

Constante ou variable	Interprétation
$V_0 = 100\ \$$	Le capital initial est de 100 $
1,05	*a* = (1 + 0.05) = 1.05 > 1, il s'agit d'un facteur de croissance
t	Temps en année
K	K = 1 en années^{-1} (1/année ou 1 par an)
$(1{,}05)^t$	**Le capital est multiplié par 1.05 chaque année (*a = 1.05*)**

Propriétés graphiques

$f(x) = a^x$, $a > 0$ et $a \neq 1$: fonction exponentielle de base a

Propriétés graphiques

$f(x) = a^x$, $a \in]0,+\infty[$ 0 et $a \neq 1$: fonction exponentielle de base a

$Dom(f) = \mathbb{R}$

Propriétés graphiques

$f(x) = a^x$, $a \in \left]0, +\infty\right[$ 0 et $a \neq 1$: fonction exponentielle de base a

$$Dom(f) = \mathbb{R}$$

$$\mathrm{Im}(f) =]0, +\infty[$$

Propriétés graphiques

$f(x) = a^x$, $a \in]0,+\infty[$ 0 et $a \neq 1$: fonction exponentielle de base a

$Dom(f) = \mathbb{R}$

$\mathrm{Im}(f) =]0,+\infty[$

Pas d'intersection du graphe de f avec l'axe des abscisses

Propriétés graphiques

$f(x) = a^x$, $a \in]0,+\infty[$ 0 et $a \neq 1$: fonction exponentielle de base a

$Dom(f) = \mathbb{R}$

$\mathrm{Im}(f) =]0,+\infty[$

Pas d'intersection du graphe de f avec l'axe des abscisses

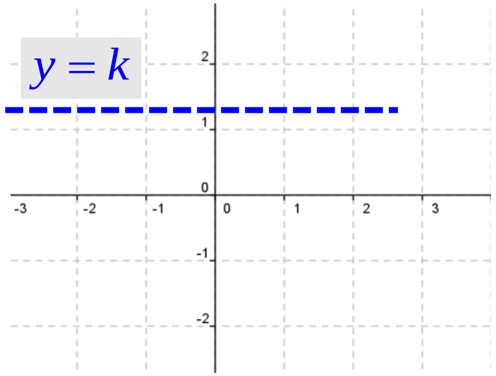
L'ordonnée à l'origine : $y = f(0) = 1$

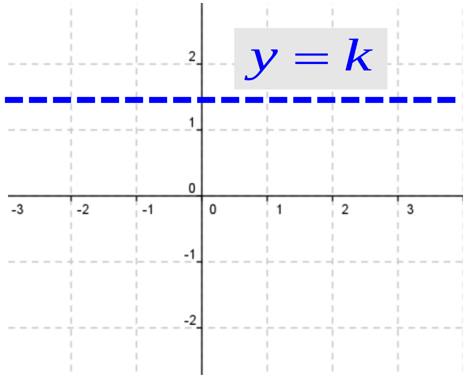
Propriétés graphiques

$f\left(x\right)=a^{x}$, $a\in\left]0,+\infty\right[$ 0 et $a\neq 1$: fonction exponentielle de base a

$Dom\left(f\right)=\mathbb{R}$	Pas d'intersection du graphe de f avec l'axe des abscisses
$\operatorname{Im}\left(f\right)=\left]0,+\infty\right[$	L'ordonnée à l'origine : $y=f\left(0\right)=1$

Asymptote horizontale : Une droite d'équation $y=k$, $k\in\mathbb{R}$, est asymptote horizontale à la courbe décrite par une fonction f si,





Propriétés graphiques

$f(x) = a^x$, $a \in]0, +\infty[$ 0 et $a \neq 1$: fonction exponentielle de base a

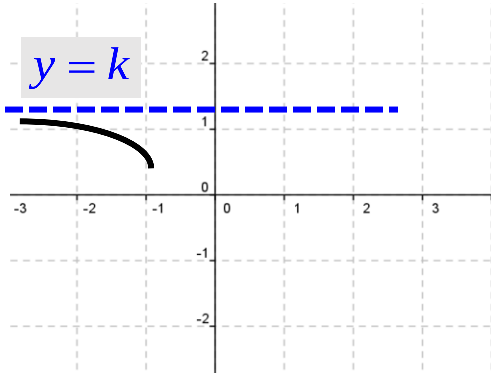
$Dom(f) = \mathbb{R}$

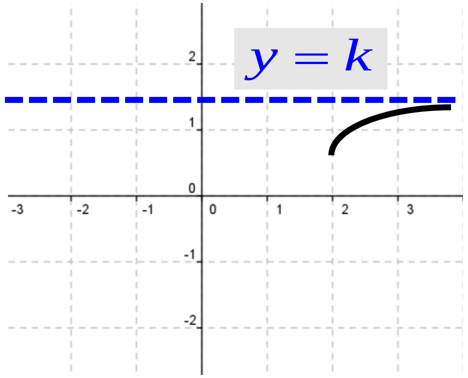
$\mathrm{Im}(f) =]0, +\infty[$

Pas d'intersection du graphe de f avec l'axe des abscisses

L'ordonnée à l'origine : $y = f(0) = 1$

Asymptote horizontale : Une droite d'équation $y = k$, $k \in \mathbb{R}$, est asymptote horizontale à la courbe décrite par une fonction f si, la courbe est presque parallèle à cette droite et se rapproche de plus en plus





Propriétés graphiques

$f(x) = a^{x}$, $a \in]0,+\infty[$ 0 et $a \neq 1$: fonction exponentielle de base a

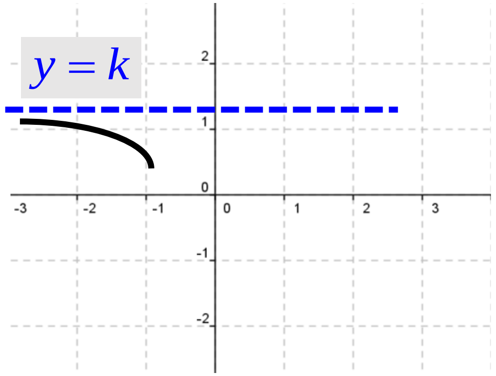
$Dom(f) = \mathbb{R}$

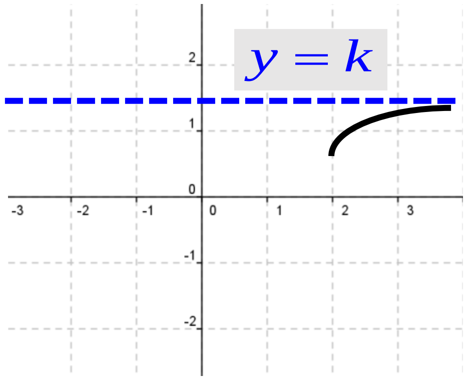
$\operatorname{Im}(f) =]0,+\infty[$

Pas d'intersection du graphe de f avec l'axe des abscisses

L'ordonnée à l'origine : $y = f(0) = 1$

Asymptote horizontale : Une droite d'équation $y = k$, $k \in \mathbb{R}$, est asymptote horizontale à la courbe décrite par une fonction f si, la courbe est presque parallèle à cette droite et se rapproche de plus en plus lorsque x prend des valeurs de plus en plus grandes en valeurs absolues.





Propriétés graphiques

$f(x) = a^x$, $a \in]0,+\infty[$ et $a \neq 1$: fonction exponentielle de base a

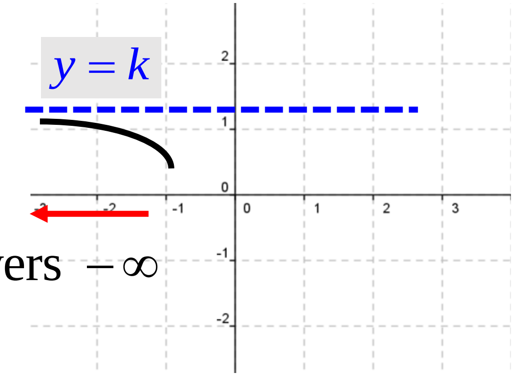
$Dom(f) = \mathbb{R}$

$\operatorname{Im}(f) =]0,+\infty[$

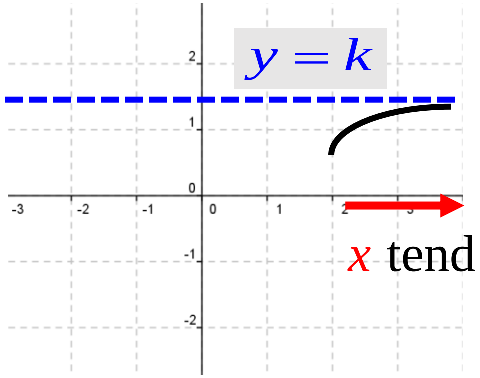
Pas d'intersection du graphe de f avec l'axe des abscisses

L'ordonnée à l'origine : $y = f(0) = 1$

Asymptote horizontale : Une droite d'équation $y = k$, $k \in \mathbb{R}$, est asymptote horizontale à la courbe décrite par une fonction f si, la courbe est presque parallèle à cette droite et se rapproche de plus en plus lorsque x prend des valeurs de plus en plus grandes en valeurs absolues.



x tend vers $-\infty$



x tend vers $+\infty$

Propriétés graphiques

$f(x) = a^x$, $a \in]0,+\infty[$ 0 et $a \neq 1$: fonction exponentielle de base a

$Dom(f) = \mathbb{R}$

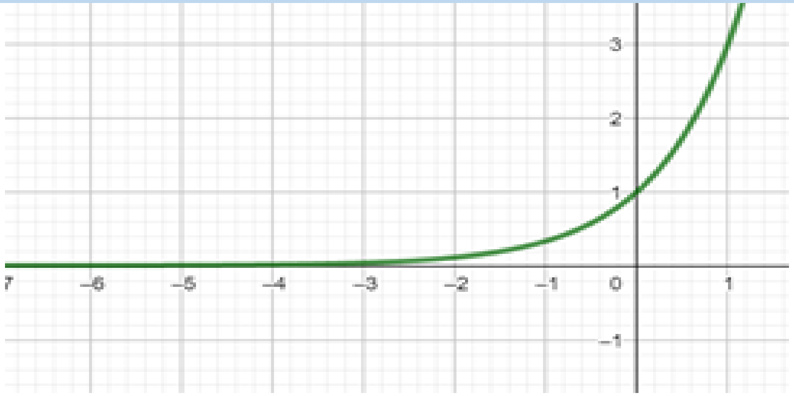
$\text{Im}(f) =]0,+\infty[$

Pas d'intersection du graphe de f avec l'axe des abscisses

L'ordonnée à l'origine : $y = f(0) = 1$

Asymptote horizontale : Une droite d'équation $y = k$, $k \in \mathbb{R}$, est asymptote horizontale à la courbe décrite par une fonction f si, la courbe est presque parallèle à cette droite et se rapproche de plus en plus lorsque x prend des valeurs de plus en plus grandes en valeurs absolues.

$x \to -\infty$



Propriétés graphiques

$f(x) = a^{x}$, $a \in \left]0,+\infty\right[$ 0 et $a \neq 1$: fonction exponentielle de base a

$Dom(f) = \mathbb{R}$

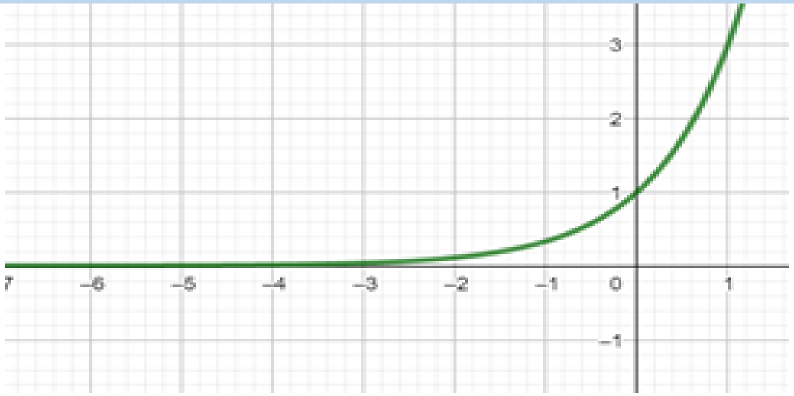
$\mathrm{Im}(f) = \left]0,+\infty\right[$

Pas d'intersection du graphe de f avec l'axe des abscisses

L'ordonnée à l'origine : $y = f(0) = 1$

Asymptote horizontale : Une droite d'équation $y = k$, $k \in \mathbb{R}$, est asymptote horizontale à la courbe décrite par une fonction f si, la courbe est presque parallèle à cette droite et se rapproche de plus en plus lorsque x prend des valeurs de plus en plus grandes en valeurs absolues.

$\boxed{x \to -\infty \Rightarrow f(x) \to 0}$



Propriétés graphiques

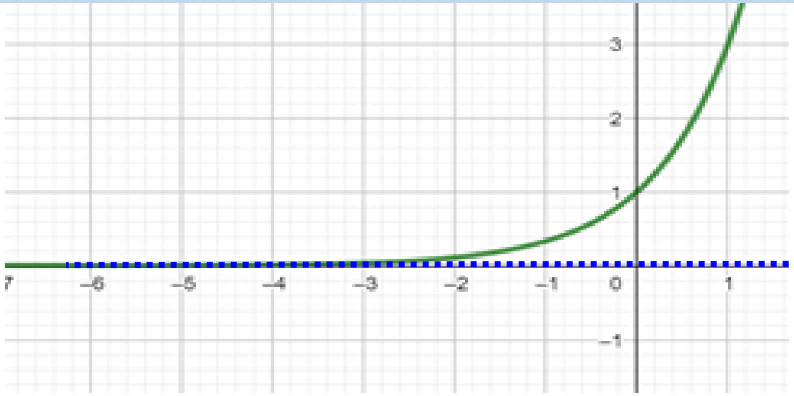
$f(x) = a^x$, $a \in]0,+\infty[$ et $a \neq 1$: fonction exponentielle de base a

$Dom(f) = \mathbb{R}$ Pas d'intersection du graphe de f avec l'axe des abscisses

$\mathrm{Im}(f) =]0,+\infty[$ L'ordonnée à l'origine : $y = f(0) = 1$

Asymptote horizontale : Une droite d'équation $y = k$, $k \in \mathbb{R}$, est asymptote horizontale à la courbe décrite par une fonction f si, la courbe est presque parallèle à cette droite et se rapproche de plus en plus lorsque x prend des valeurs de plus en plus grandes en valeurs absolues.

$x \to -\infty \Rightarrow f(x) \to 0$
$y = 0$: asymptote horizontale



Propriétés graphiques

$f(x)=a^{x}$, $a \in]0,+\infty[$ et $a \neq 1$: fonction exponentielle de base a

$Dom(f) = \mathbb{R}$

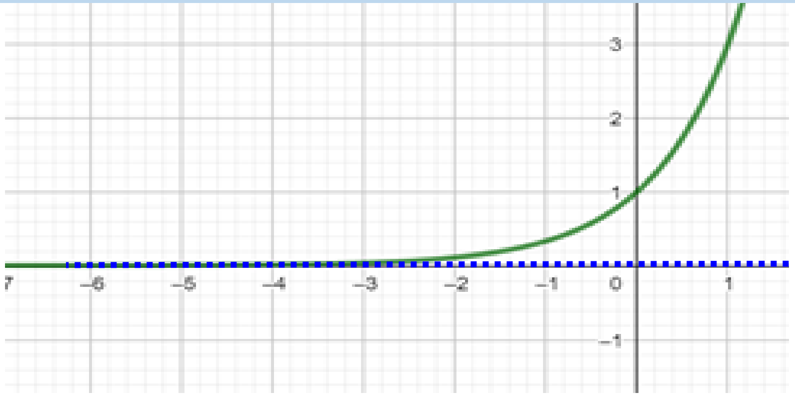
$\operatorname{Im}(f) =]0,+\infty[$

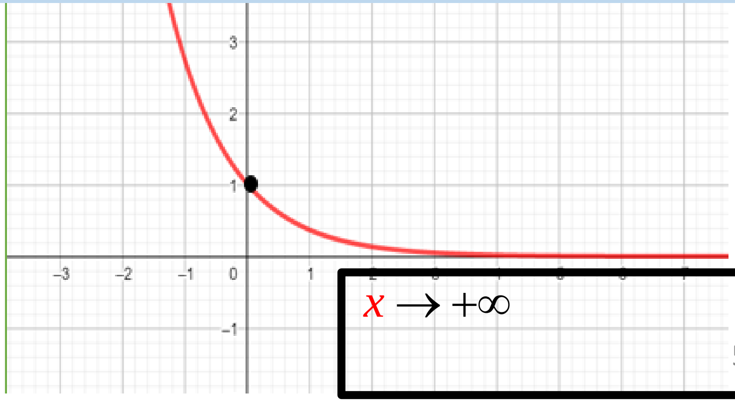
Pas d'intersection du graphe de f avec l'axe des abscisses

L'ordonnée à l'origine : $y = f(0) = 1$

Asymptote horizontale : Une droite d'équation $y = k$, $k \in \mathbb{R}$, est asymptote horizontale à la courbe décrite par une fonction f si, la courbe est presque parallèle à cette droite et se rapproche de plus en plus lorsque x prend des valeurs de plus en plus grandes en valeurs absolues.

$x \to -\infty \Rightarrow f(x) \to 0$
$y = 0$: asymptote horizontale





$x \to +\infty$

Propriétés graphiques

$f(x) = a^x$, $a \in]0, +\infty[$ et $a \neq 1$: fonction exponentielle de base a

$Dom(f) = \mathbb{R}$

$\text{Im}(f) =]0, +\infty[$

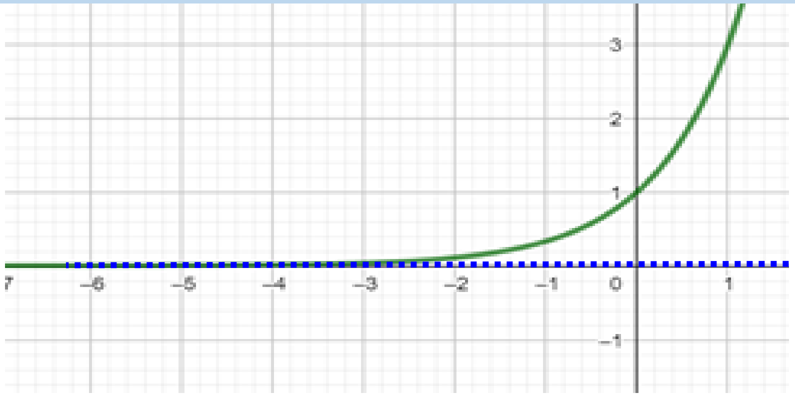
Pas d'intersection du graphe de f avec l'axe des abscisses

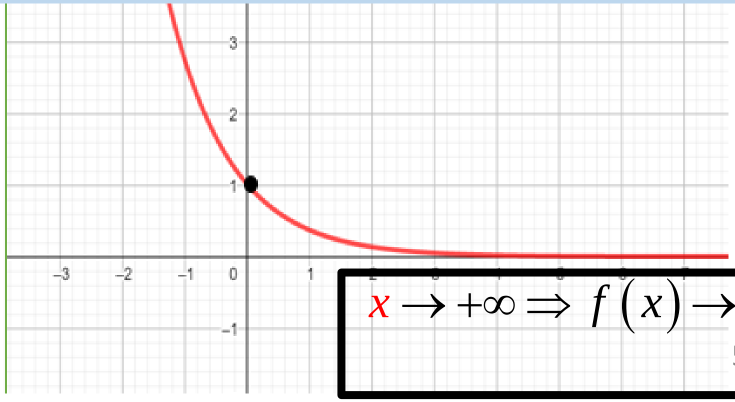
L'ordonnée à l'origine : $y = f(0) = 1$

Asymptote horizontale : Une droite d'équation $y = k$, $k \in \mathbb{R}$, est asymptote horizontale à la courbe décrite par une fonction f si, la courbe est presque parallèle à cette droite et se rapproche de plus en plus lorsque x prend des valeurs de plus en plus grandes en valeurs absolues.

$x \to -\infty \Rightarrow y \to 0$

$y = 0$: asymptote horizontale





$x \to +\infty \Rightarrow f(x) \to 0$

Propriétés graphiques

$f(x) = a^{x}$, $a \in]0,+\infty[$ et $a \neq 1$: fonction exponentielle de base a

$Dom(f) = \mathbb{R}$

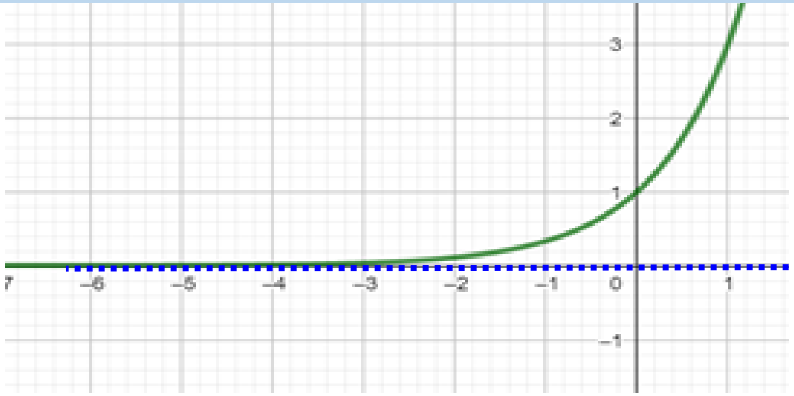
$\mathrm{Im}(f) =]0,+\infty[$

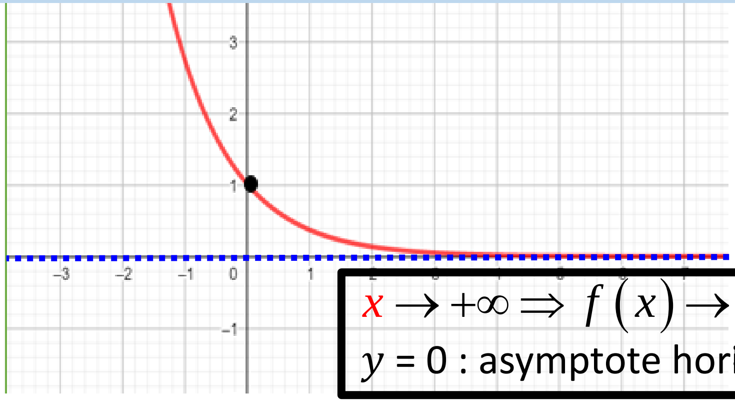
Pas d'intersection du graphe de f avec l'axe des abscisses

L'ordonnée à l'origine : $y = f(0) = 1$

Asymptote horizontale : Une droite d'équation $y = k$, $k \in \mathbb{R}$, est asymptote horizontale à la courbe décrite par une fonction f si, la courbe est presque parallèle à cette droite et se rapproche de plus en plus lorsque x prend des valeurs de plus en plus grandes en valeurs absolues.

$x \to -\infty \Rightarrow y \to 0$
$y = 0$: asymptote horizontale





$x \to +\infty \Rightarrow f(x) \to 0$
$y = 0$: asymptote horizontale

Propriétés graphiques

$f(x) = a^x$	
$Dom(f)$	
$\mathrm{Im}(f)$	
$f(0)$	
$f(x) = 0$	
Variation de la fonction	
Asymptote	

Propriétés graphiques

$f(x) = a^x$ $a > 1$	
$Dom(f)$	
$\mathrm{Im}(f)$	
$f(0)$	
$f(x) = 0$	
Variation de la fonction	
Asymptote	

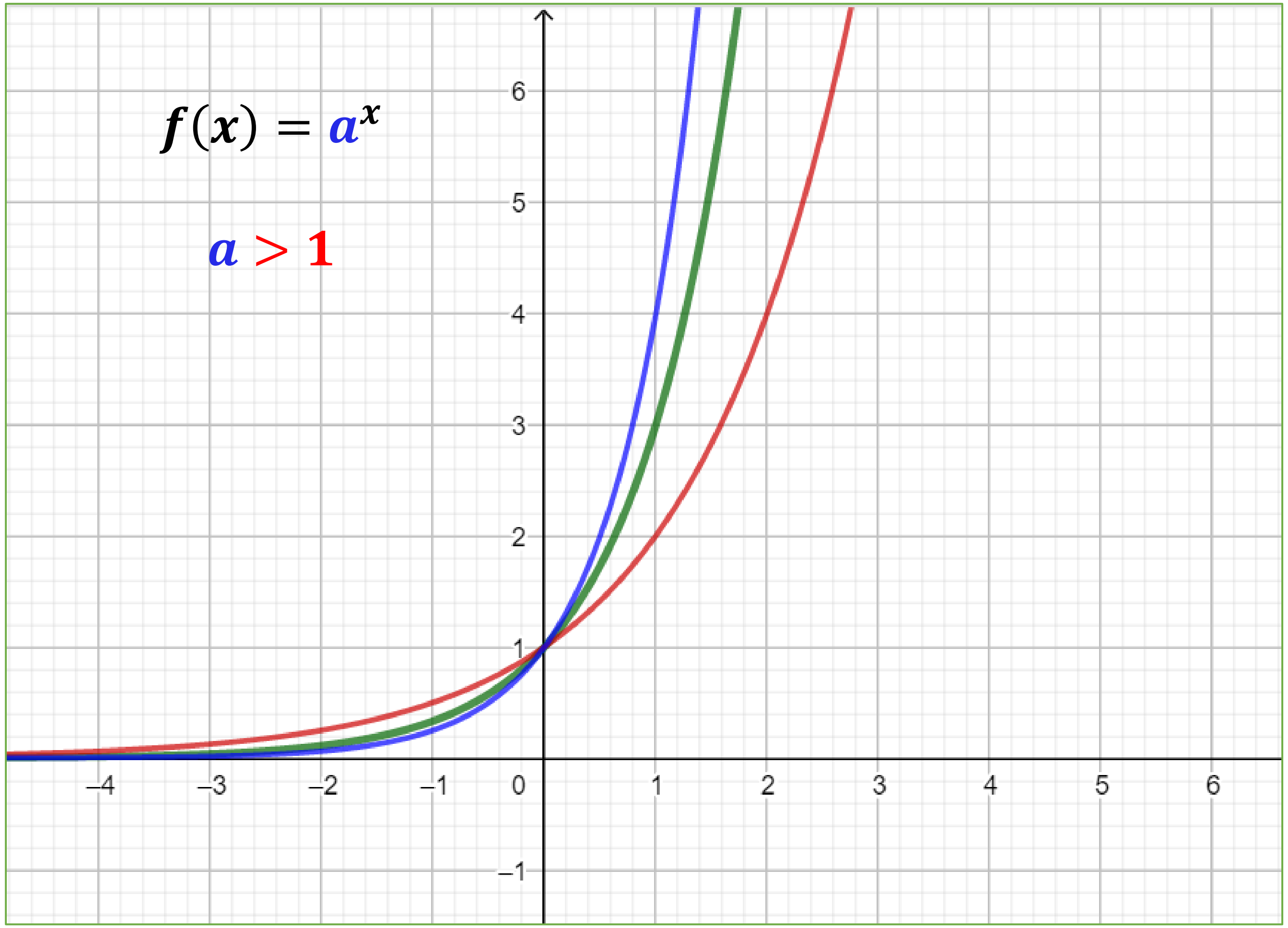
Propriétés graphiques

$f(x) = a^x$ $a > 1$	
$Dom(f)$	
$\mathrm{Im}(f)$	
$f(0)$	
$f(x) = 0$	
Variation de la fonction	Croissante
Asymptote	

Propriétés graphiques

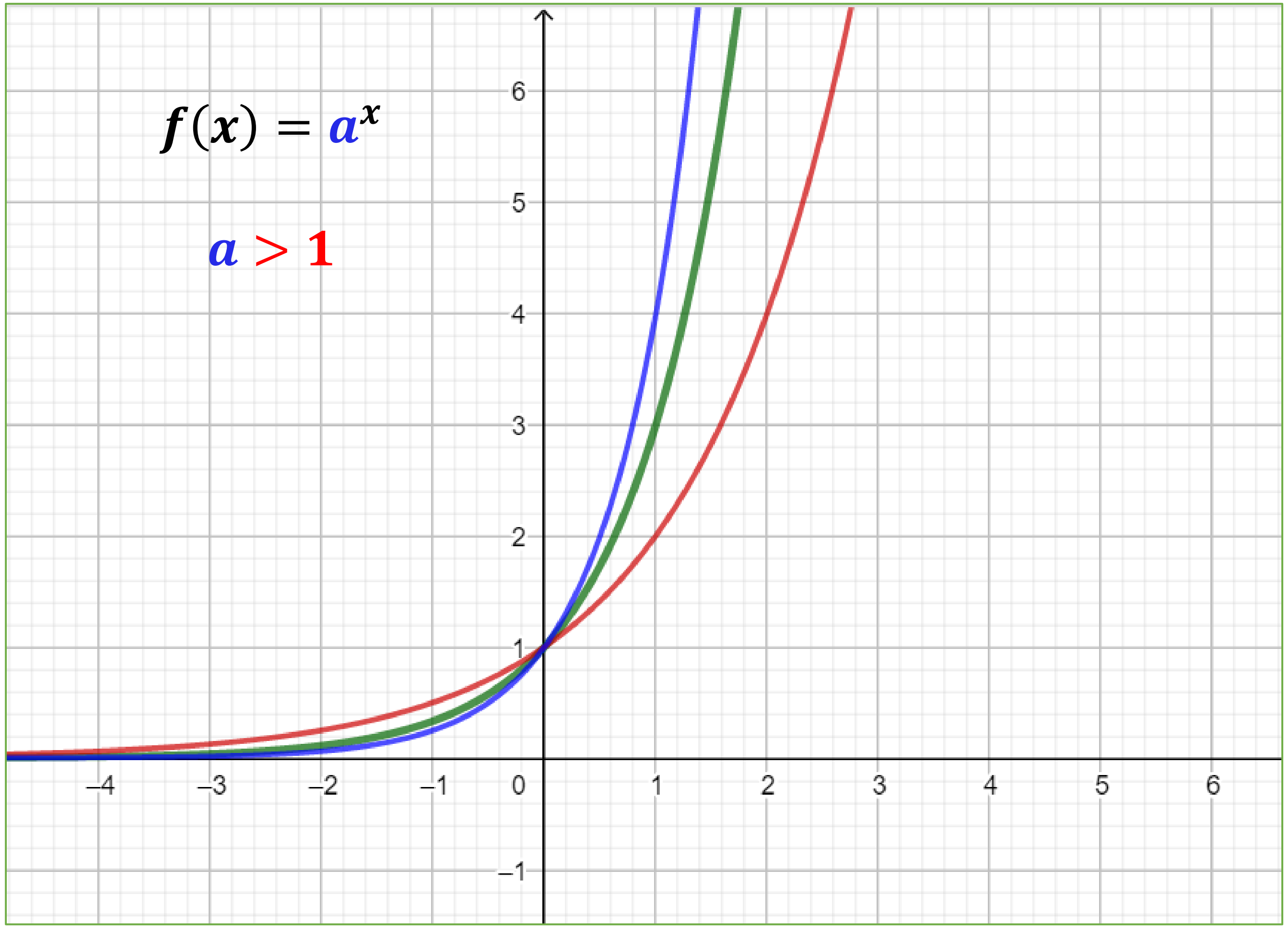
$f(x) = a^x$ $a > 1$	
Variation de la fonction	Croissante
Asymptote	$y = 0$, active à gauche

Propriétés graphiques



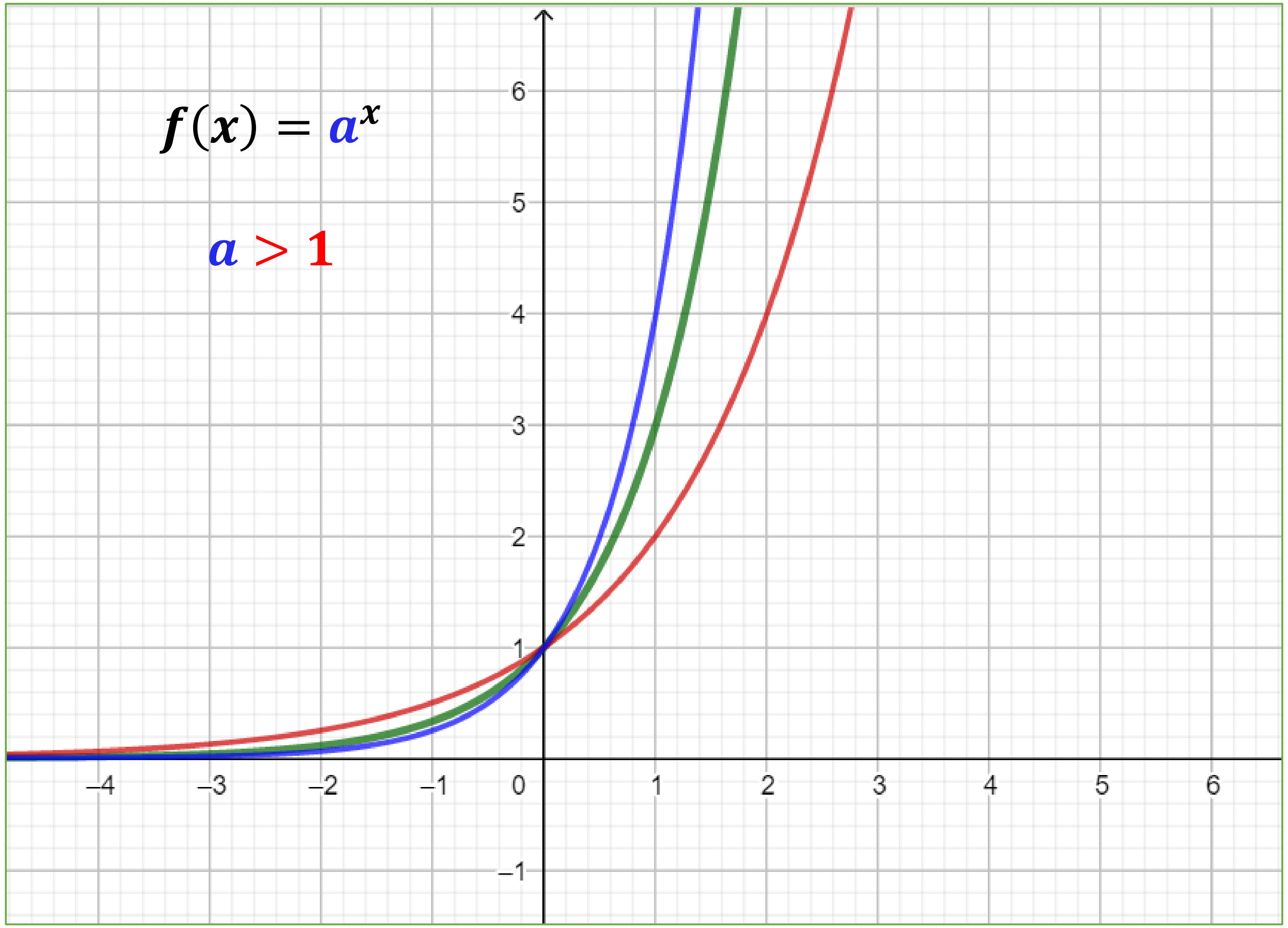
$f(x) = a^x$ $a > 1$	
Variation de la fonction	Croissante
Asymptote	$y = 0$, active à gauche

Propriétés graphiques



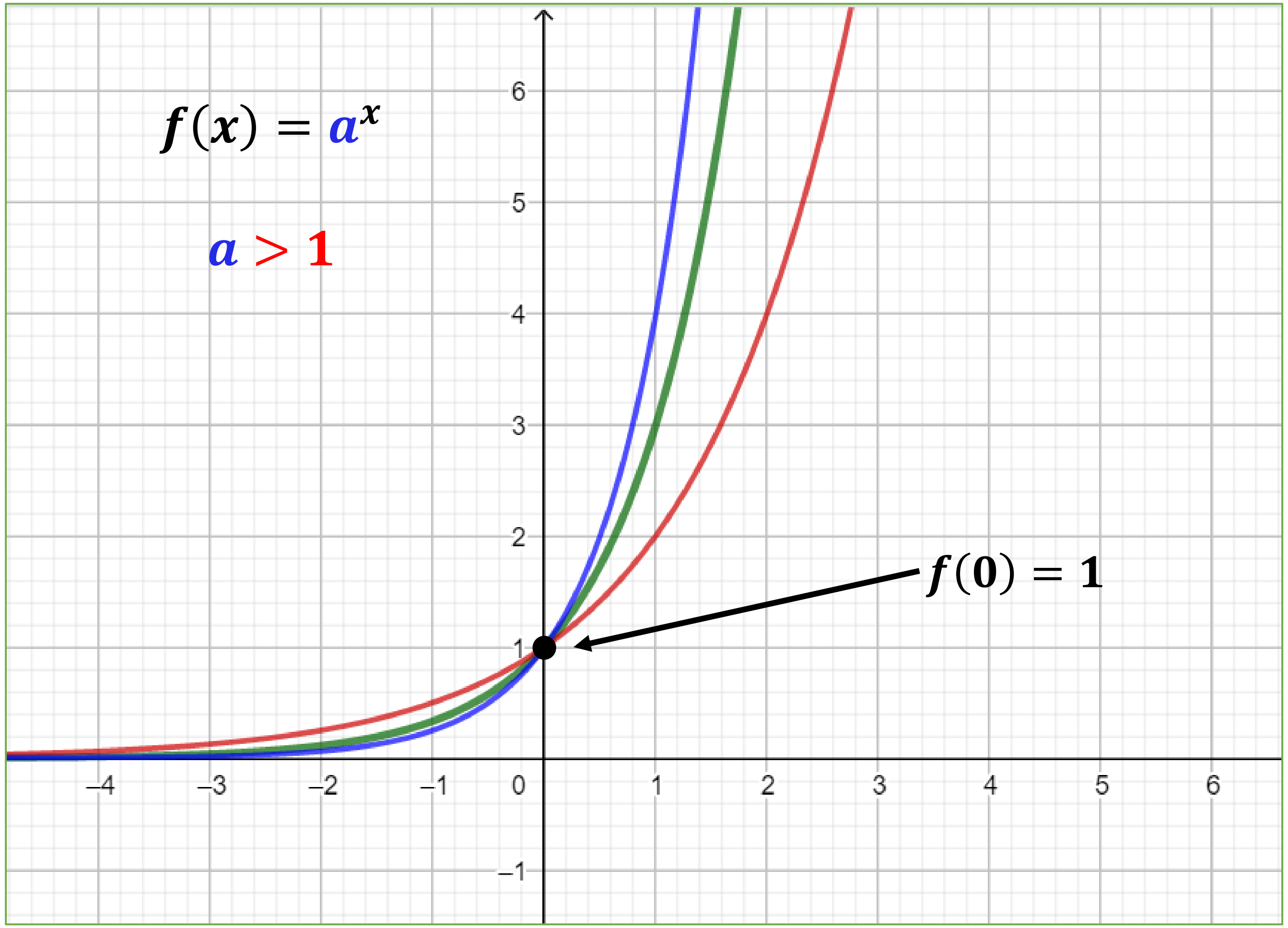
$f(x) = a^x$ $a > 1$	
$Dom(f)$	$\mathbb{R}$
Variation de la fonction	**Croissante**
Asymptote	$y = 0$, active à gauche

Propriétés graphiques



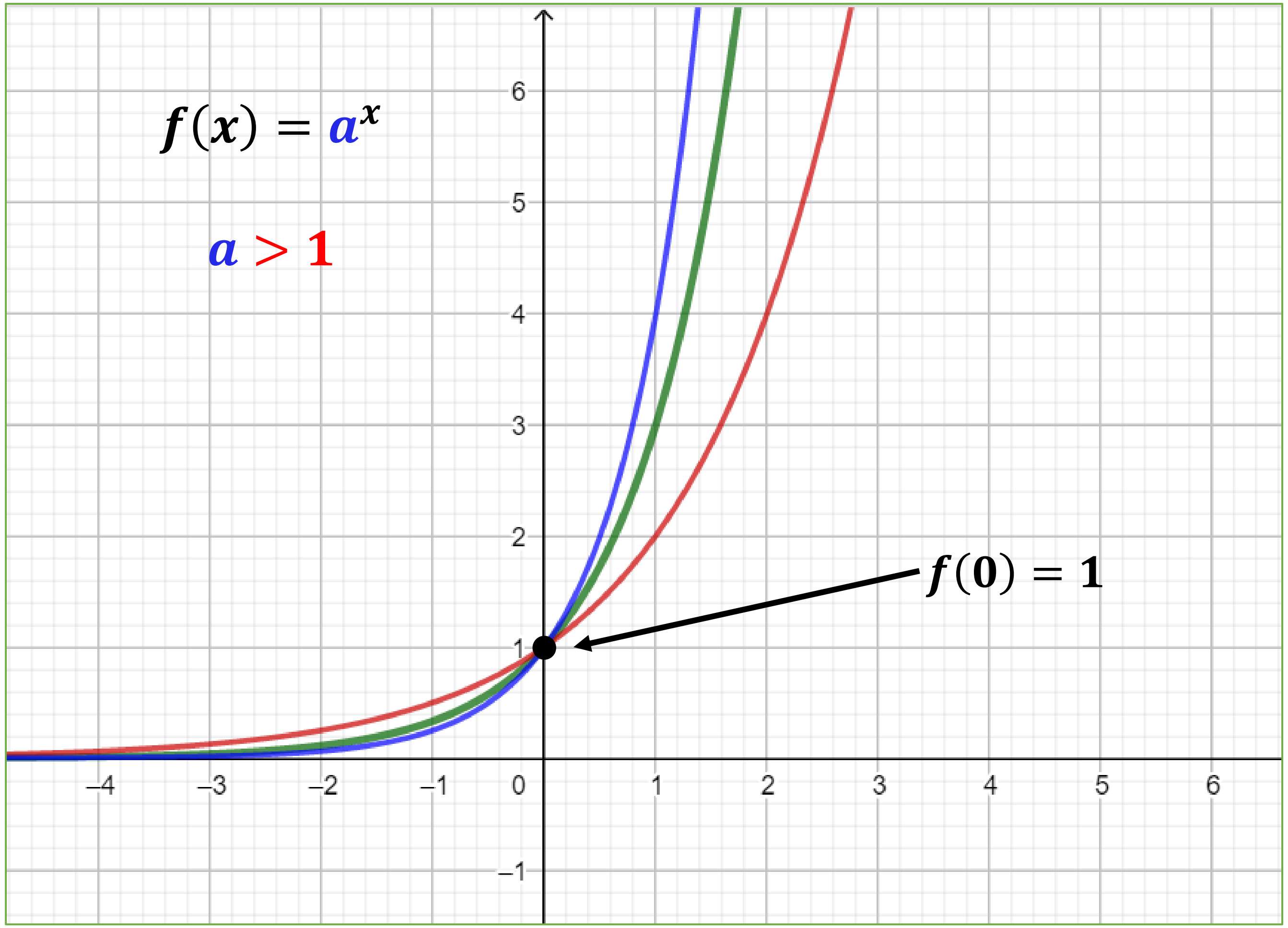
$f(x) = a^x$ $a > 1$	
$Dom(f)$	$\mathbb{R}$
$Im(f)$	$]0, +\infty[$ c'est-à-dire $f(x) > 0$
Variation de la fonction	**Croissante**
Asymptote	$y = 0$, active à gauche

Propriétés graphiques



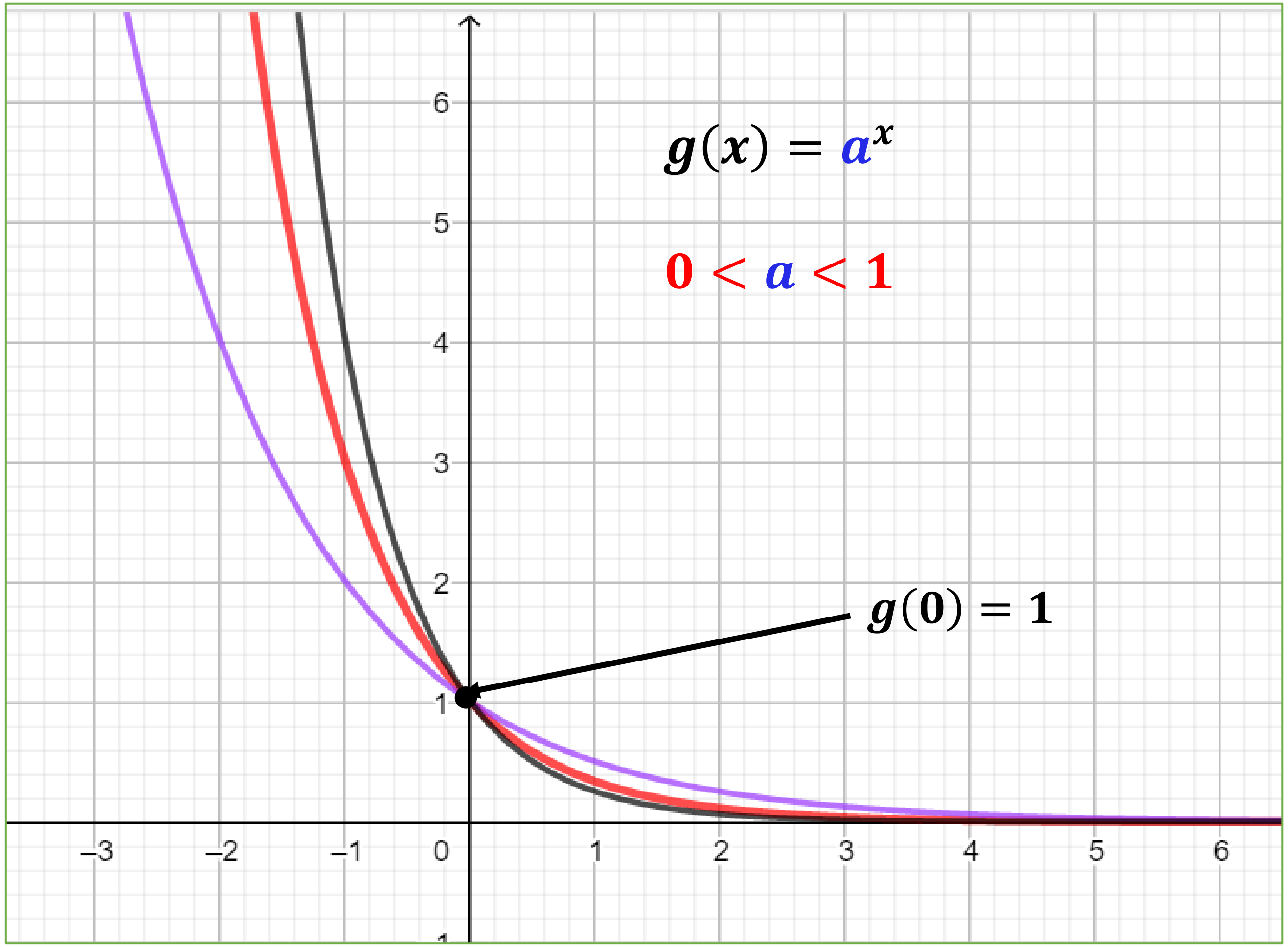
$f(x) = a^x$ $a > 1$	
$Dom(f)$	$\mathbb{R}$
$\mathrm{Im}(f)$	$]0,+\infty[$ c'est-à-dire $f(x) > 0$
$f(0)$	1
Variation de la fonction	**Croissante**
Asymptote	$y = 0$, active à gauche

Propriétés graphiques



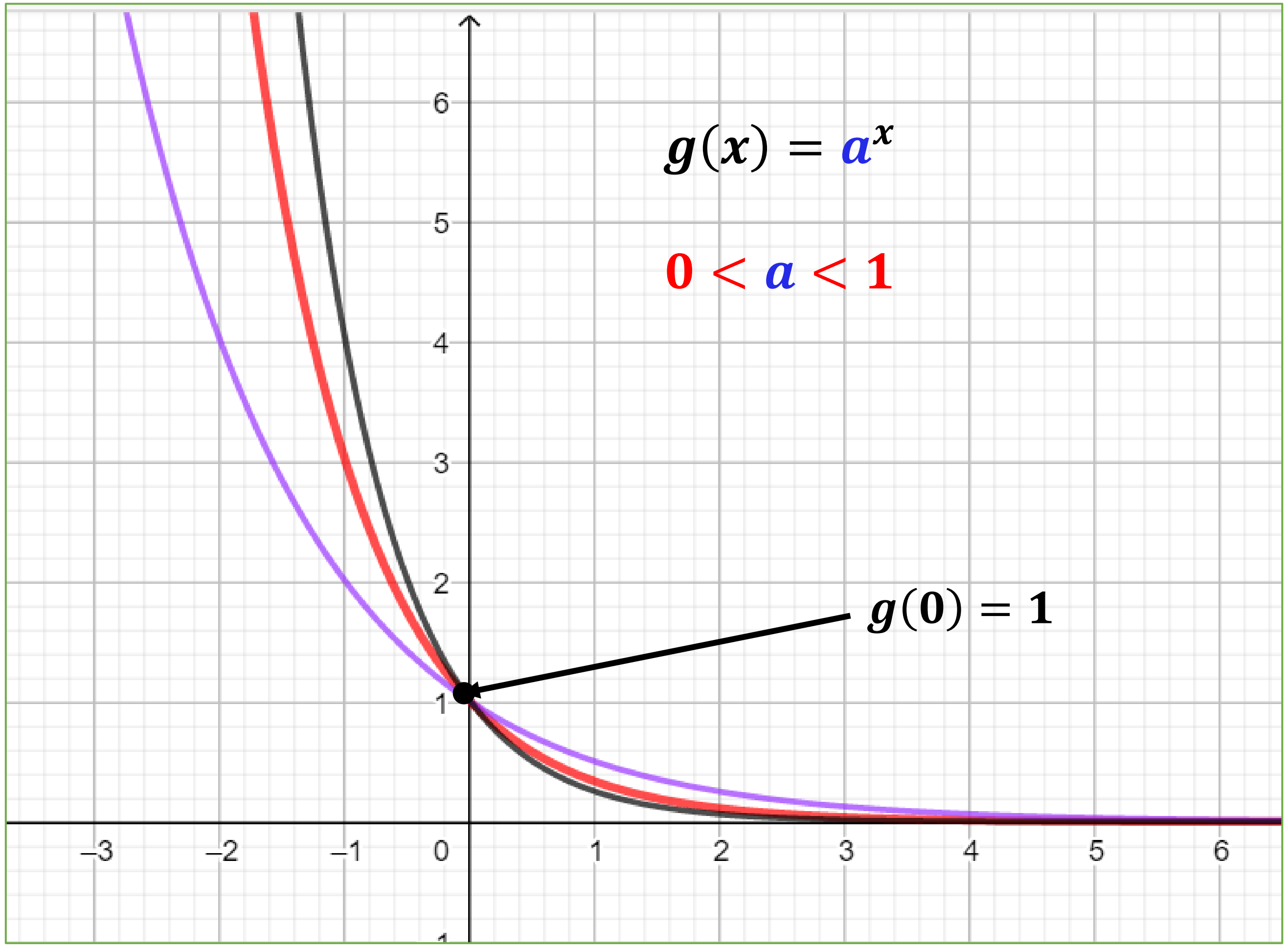
$f(x) = a^x$ $a > 1$	
$Dom(f)$	$\mathbb{R}$
$\mathrm{Im}(f)$	$]0,+\infty[$ c'est-à-dire $f(x) > 0$
$f(0)$	1
$f(x) = 0$	$S = \varnothing$
Variation de la fonction	**Croissante**
Asymptote	$y = 0$, active à gauche

Propriétés graphiques



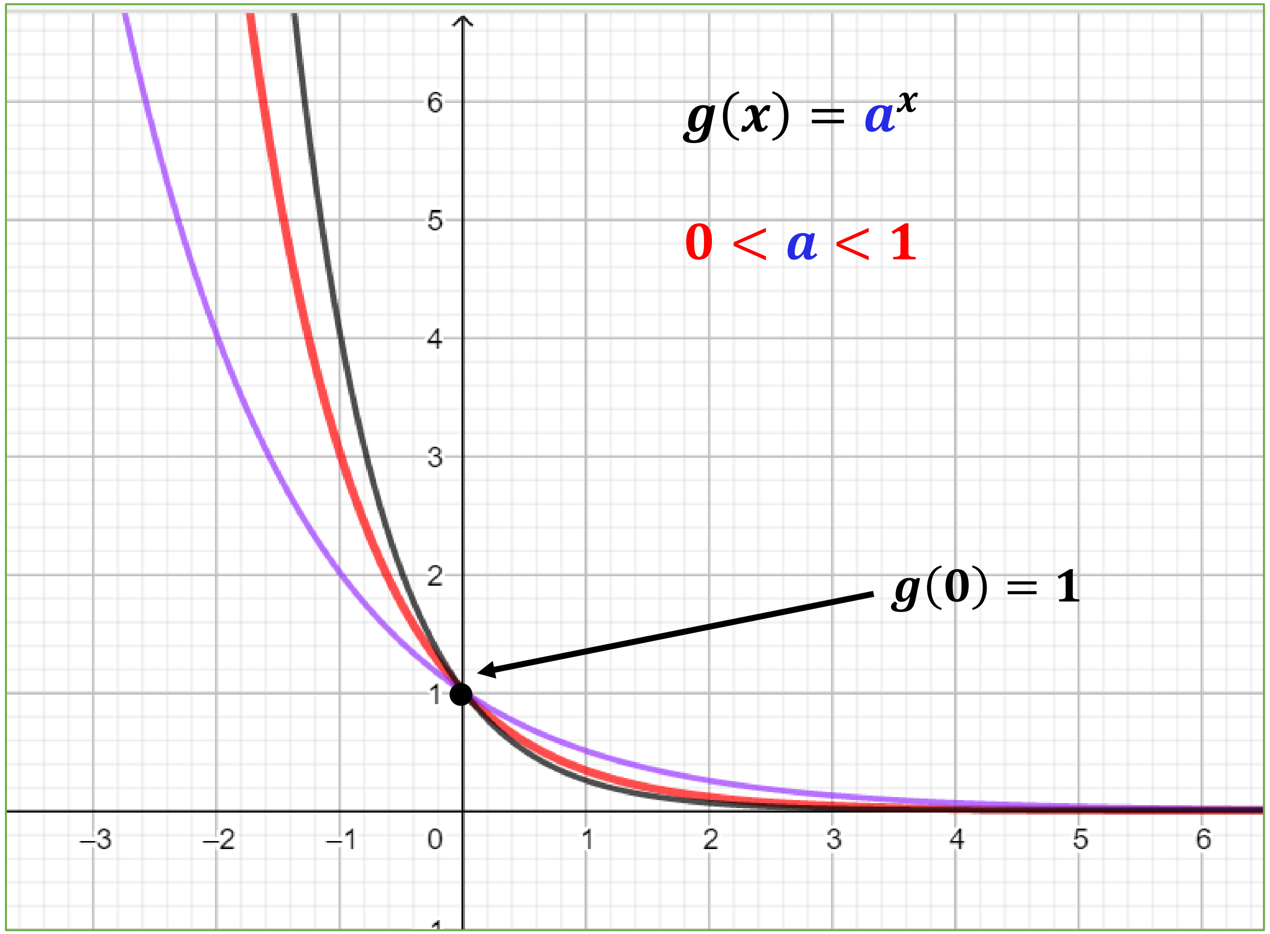
$g(x) = a^x$ $a > 1$	
$Dom(g)$	$\mathbb{R}$
$\mathrm{Im}(g)$	$]0, +\infty[$ c'est-à-dire $f(x) > 0$
$g(0)$	1
$g(x) = 0$	$S = \varnothing$

Propriétés graphiques



$g(x) = a^x$ $a > 1$	
$Dom(g)$	$\mathbb{R}$
$\mathrm{Im}(g)$	$]0,+\infty[$ c'est-à-dire $f(x) > 0$
$g(0)$	1
$g(x) = 0$	$S = \varnothing$
Variation de la fonction	**Décroissante**

Propriétés graphiques

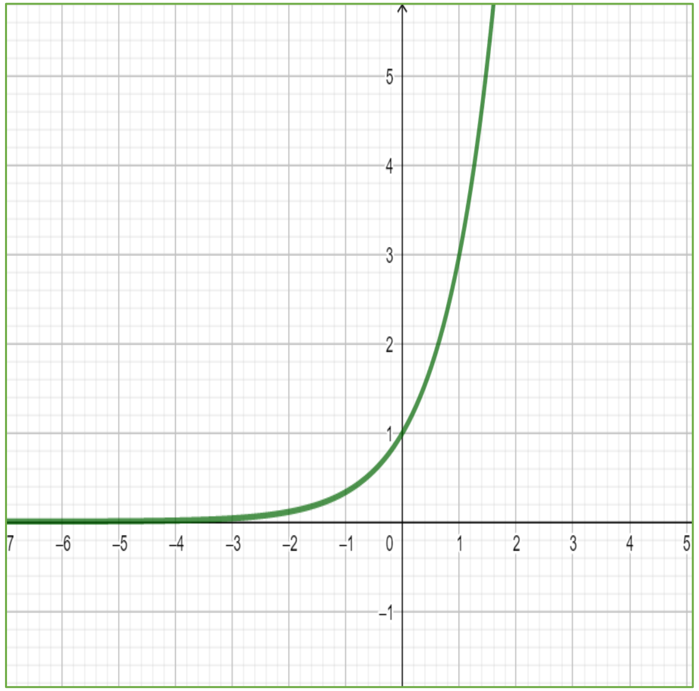


$g(x) = a^x$ $a > 1$	
$Dom(g)$	$\mathbb{R}$
$\mathrm{Im}(g)$	$]0,+\infty[$ c'est-à-dire $f(x) > 0$
$g(0)$	$\mathbf{1}$
$g(x) = 0$	$S = \varnothing$
Variation de la fonction	**Décroissante**
Asymptote	$y = 0$, active à droite

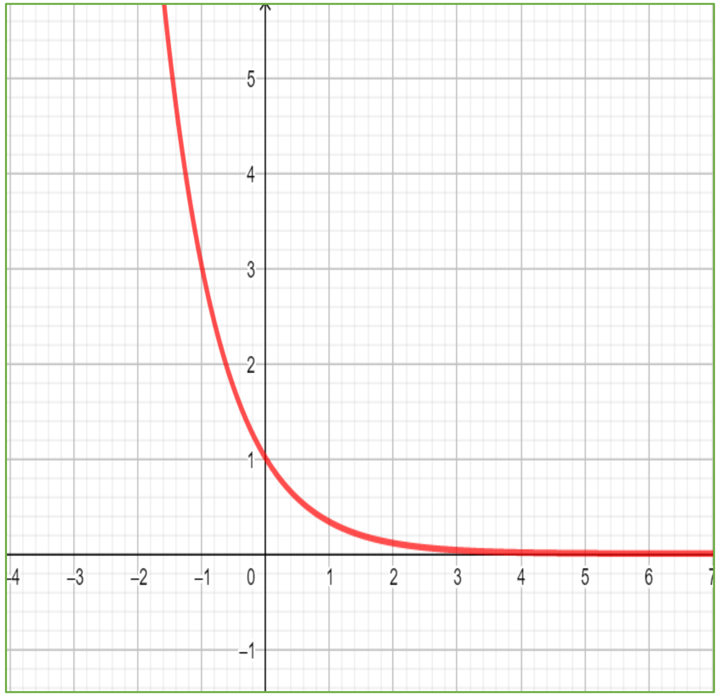
Propriétés graphiques

Exemple : lequel de ces graphes représente la fonction $f(x) = 3^{-x}$ et lequel représente la fonction $g(x) = 3^{x}$?

Graphe A



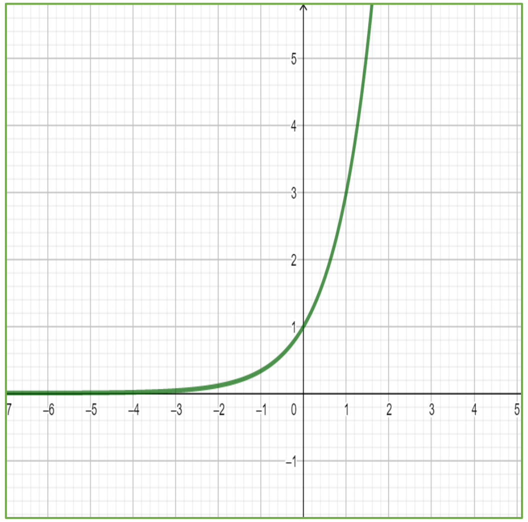
Graphe B



Propriétés graphiques

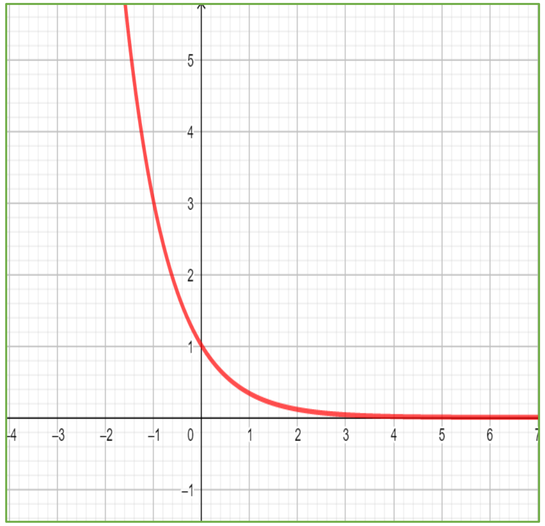
Exemple : Lequel de ces graphes représente la fonction $\boldsymbol{f(x) = 3^{-x}}$ et lequel représente la fonction $\boldsymbol{g(x) = 3^{x}}$?

Graphe A



$$\boldsymbol{f(x) = 3^{-x}}$$

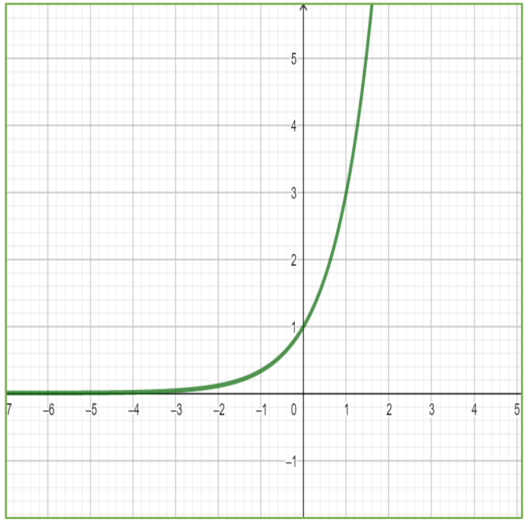
Graphe B



Propriétés graphiques

Exemple : Lequel de ces graphes représente la fonction $f(x) = 3^{-x}$ et lequel représente la fonction $g(x) = 3^{x}$?

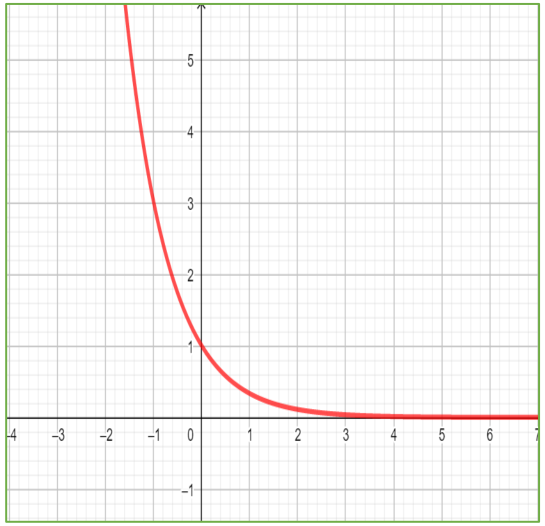
Graphe A



$$f(x) = 3^{-x} \quad = \left(3^{-1}\right)^{x}$$

$$\boxed{a^{mn} = \left(a^{m}\right)^{n}}$$

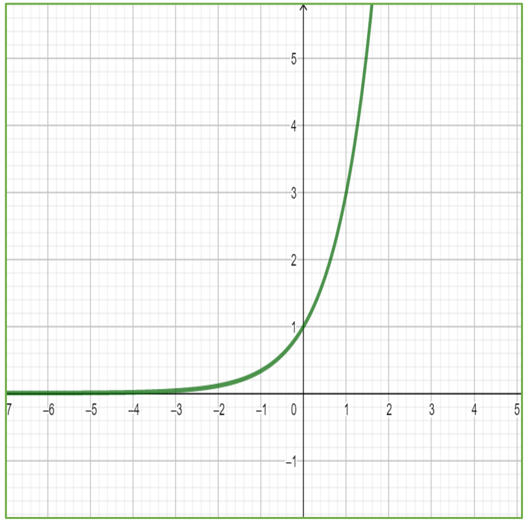
Graphe B



Propriétés graphiques

Exemple : Lequel de ces graphes représente la fonction $\boldsymbol{f(x) = 3^{-x}}$ et lequel représente la fonction $\boldsymbol{g(x) = 3^{x}}$?

Graphe A



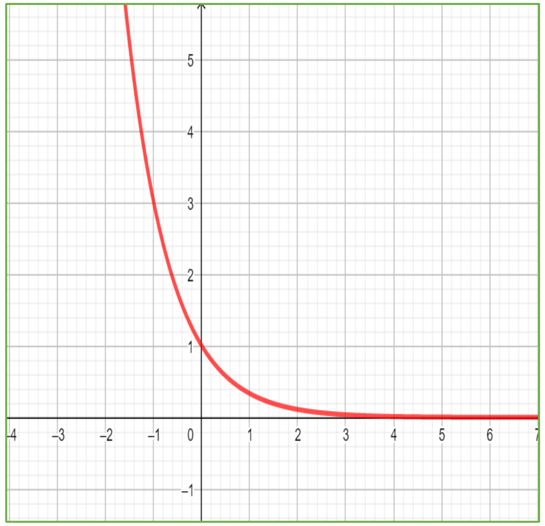
$$\boldsymbol{f(x) = 3^{-x} = \left(3^{-1}\right)^{x}}$$

$$a^{mn} = \left(a^{m}\right)^{n}$$

$$\boldsymbol{= \left(\frac{1}{3}\right)^{x}}$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^{n}} \ , \ a \neq 0$$

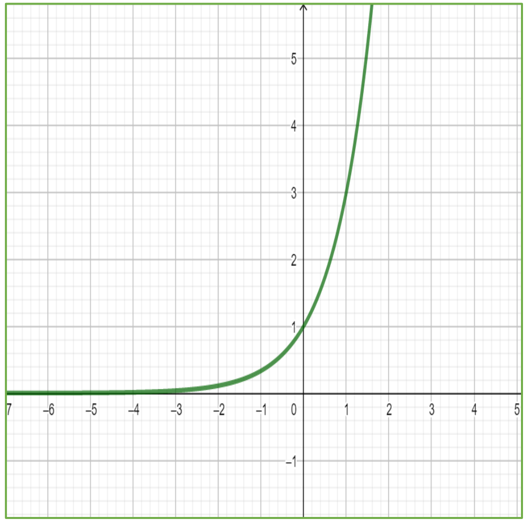
Graphe B



Propriétés graphiques

Exemple : Lequel de ces graphes représente la fonction $f(x) = 3^{-x}$ et lequel représente la fonction $g(x) = 3^{x}$?

Graphe A



$$f(x) = 3^{-x} = \left(3^{-1}\right)^{x}$$

$$\boxed{a^{mn} = \left(a^{m}\right)^{n}}$$

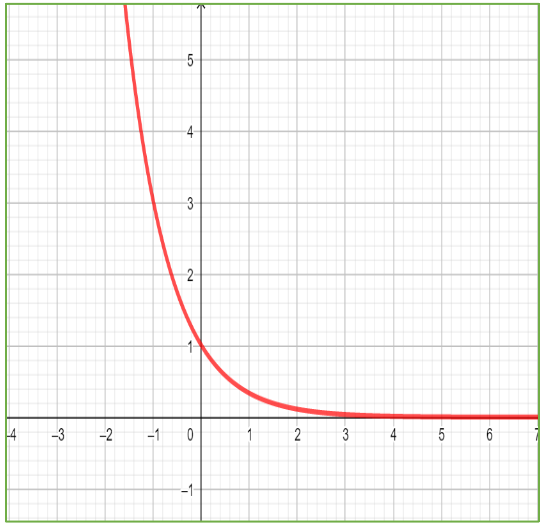
$$= \left(\frac{1}{3}\right)^{x}$$

$$\boxed{\frac{1}{a^{n}} = a^{-n}\ ,\ a \neq 0}$$

$$= a^{x}$$

$$\boxed{0 < a = \frac{1}{3} < 1}$$

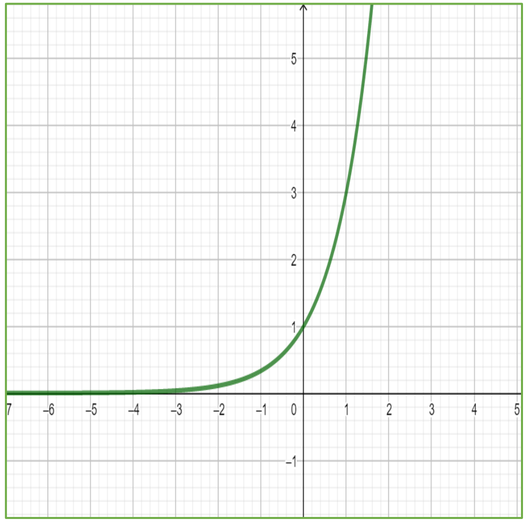
Graphe B



Propriétés graphiques

Exemple : Lequel de ces graphes représente la fonction $f(x) = 3^{-x}$ et lequel représente la fonction $g(x) = 3^{x}$?

Graphe A



$$f(x) = 3^{-x} = \left(3^{-1}\right)^{x}$$

$$a^{mn} = \left(a^{m}\right)^{n}$$

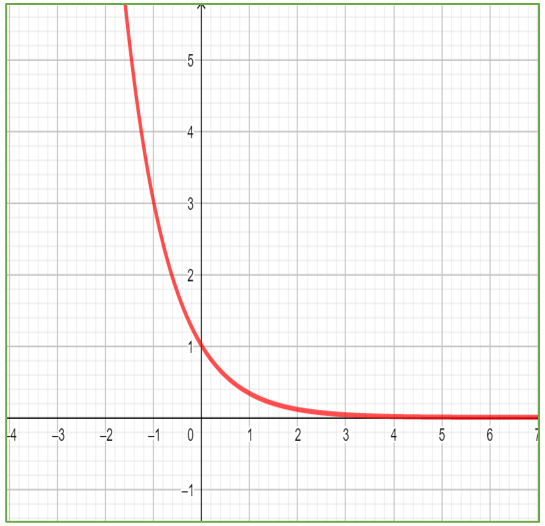
$$= \left(\frac{1}{3}\right)^{x}$$

$$\frac{1}{a^{n}} = a^{-n}\ ,\ a \neq 0$$

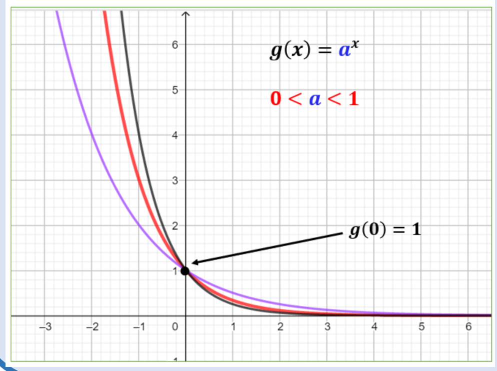
$$= a^{x}$$

$$0 < a = \frac{1}{3} < 1$$

Graphe B



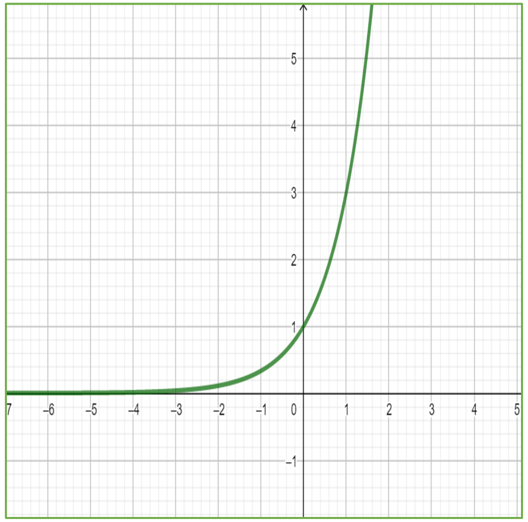
Rappel



Propriétés graphiques

Exemple : Lequel de ces graphes représente la fonction $\boldsymbol{f(x) = 3^{-x}}$ et lequel représente la fonction $\boldsymbol{g(x) = 3^{x}}$?

Graphe A



$$f(x) = 3^{-x} = \left(3^{-1}\right)^{x}$$

$$= \left(\frac{1}{3}\right)^{x}$$

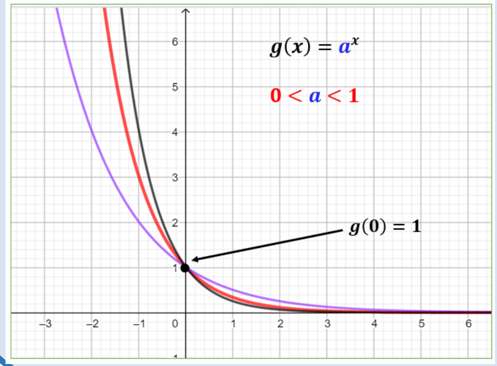
$$= a^{x}$$

$$\boxed{a^{mn} = \left(a^{m}\right)^{n}}$$

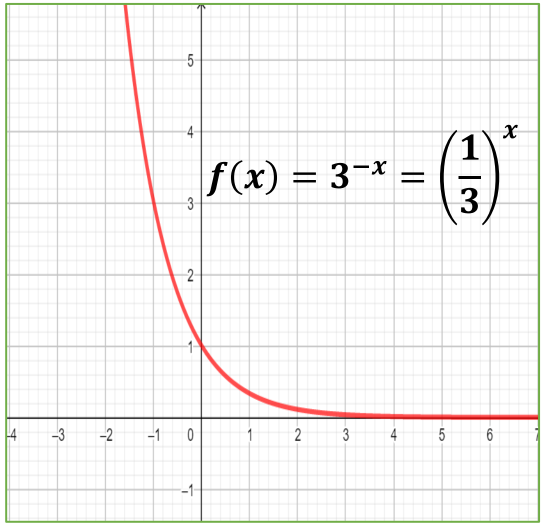
$$\boxed{\frac{1}{a^{n}} = a^{-n}\ ,\ a \neq 0}$$

$$\boxed{0 < a = \frac{1}{3} < 1}$$

Rappel



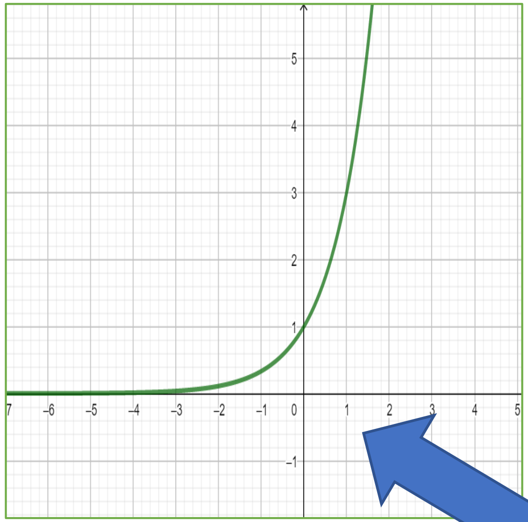
Graphe B



Propriétés graphiques

Exemple : Lequel de ces graphes représente la fonction $f(x) = 3^{-x}$ et lequel représente la fonction $g(x) = 3^{x}$?

Graphe A



$$f(x) = 3^{-x} = \left(3^{-1}\right)^{x}$$

$$= \left(\frac{1}{3}\right)^{x}$$

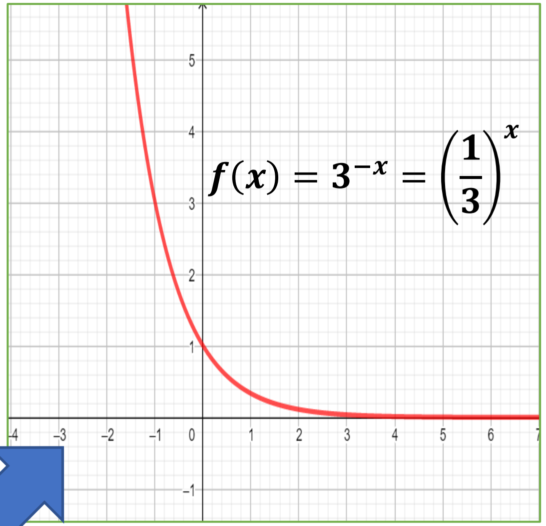
$$= a^{x}$$

$$a^{mn} = \left(a^{m}\right)^{n}$$

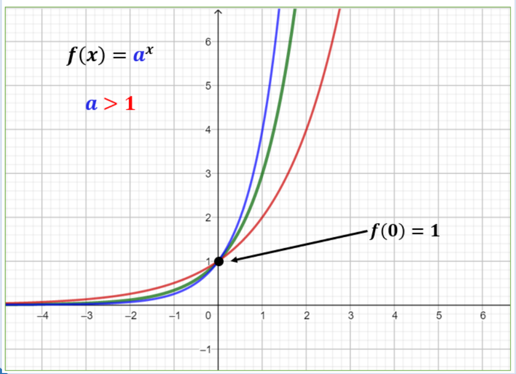
$$\frac{1}{a^{n}} = a^{-n} \ , \ a \neq 0$$

$$0 < a = \frac{1}{3} < 1$$

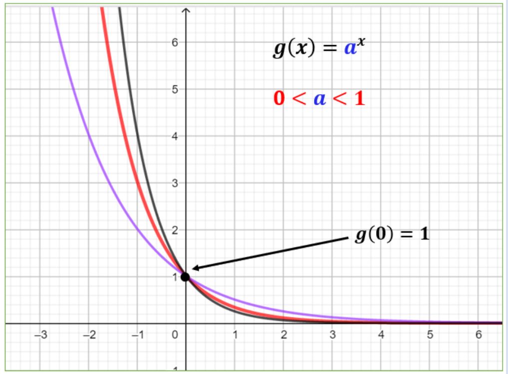
Graphe B



Rappel



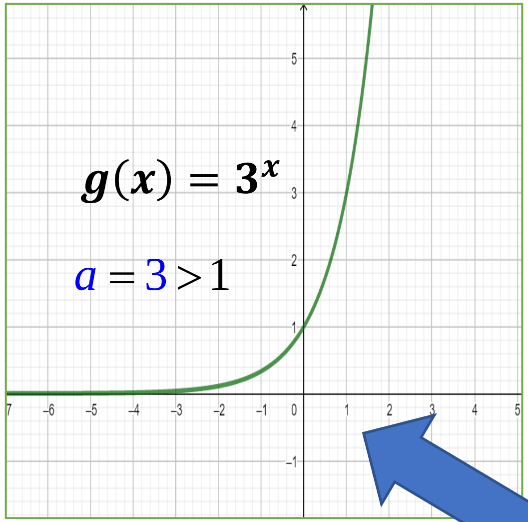
Rappel



Propriétés graphiques

Exemple : Lequel de ces graphes représente la fonction $f(x) = 3^{-x}$ et lequel représente la fonction $g(x) = 3^{x}$?

Graphe A



$$f(x) = 3^{-x} = \left(3^{-1}\right)^x$$

$$\boxed{a^{mn} = \left(a^m\right)^n}$$

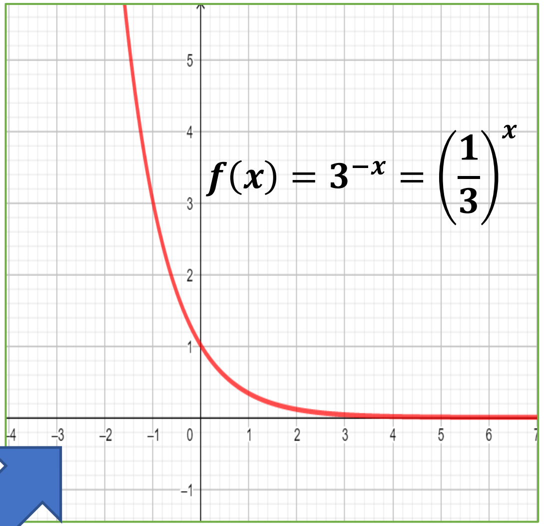
$$= \left(\frac{1}{3}\right)^x$$

$$\boxed{\frac{1}{a^n} = a^{-n}\ ,\ a \neq 0}$$

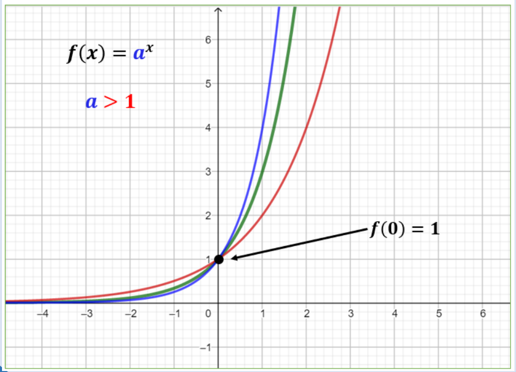
$$= a^x$$

$$\boxed{0 < a = \frac{1}{3} < 1}$$

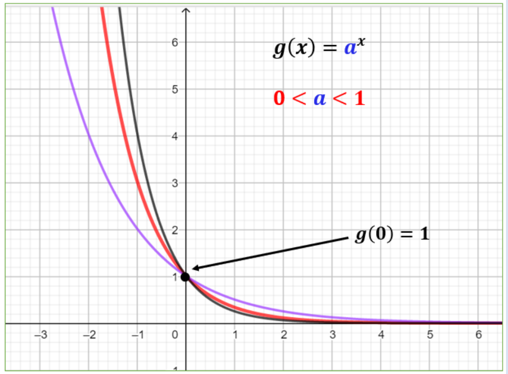
Graphe B



Rappel



Rappel



Propriétés graphiques: fonction exponentielle de base e

Rappel : $e = 2{,}718\ 281\ 828\ \dots$

Propriétés graphiques: fonction exponentielle de base *e*

Rappel : $e = 2{,}718\ 281\ 828\ \ldots$

Définition On appelle fonction exponentielle (naturelle), la fonction exponentielle de base $\boldsymbol{e}$ définie par :

$$\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{e}^{\boldsymbol{x}}$$

où $e \approx 2{,}718\ 281\ 828$, appelée la base népérienne.

Propriétés graphiques: fonction exponentielle de base *e*

Rappel : $e = 2{,}718\ 281\ 828\ \ldots$

Définition On appelle fonction exponentielle (naturelle), la fonction exponentielle de base ***e*** définie par :

$$\boldsymbol{f(x) = e^{x}}$$

où $e \approx 2{,}718\ 281\ 828$, appelée la base népérienne.

Propriétés graphiques: fonction exponentielle de base *e*

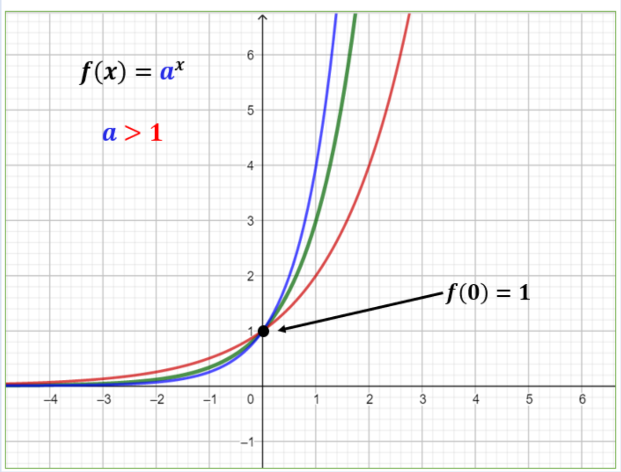
Rappel : $e = 2{,}718\ 281\ 828\ \ldots$

Définition On appelle fonction exponentielle (naturelle), la fonction exponentielle de base $\boldsymbol{e}$ définie par :

$$f(x) = e^{x}$$

où $e \approx 2{,}718\ 281\ 828$, appelée la base népérienne.

Rappel



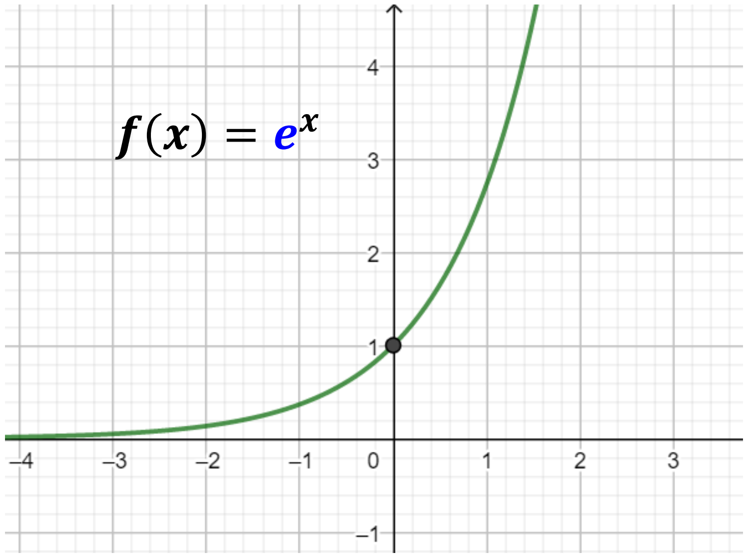
Propriétés graphiques: fonction exponentielle de base *e*

Rappel : $e = 2{,}718\ 281\ 828\ \ldots$

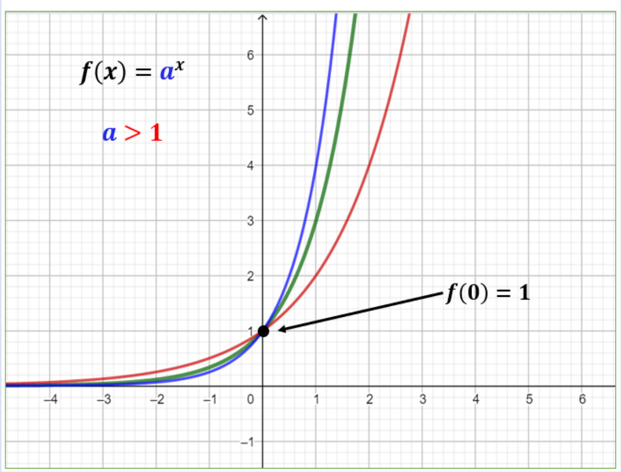
Définition On appelle fonction exponentielle (naturelle), la fonction exponentielle de base $\boldsymbol{e}$ définie par :

$$f(x) = e^{x}$$

où $e \approx 2{,}718\ 281\ 828$, appelée la base népérienne.



Rappel



Propriétés graphiques: fonction exponentielle de base *e*

Rappel : $e = 2{,}718\ 281\ 828\ \ldots$

Définition On appelle fonction exponentielle (naturelle), la fonction exponentielle de base ***e*** définie par :

$$\boldsymbol{f(x) = e^{x}}$$

où $e \approx 2{,}718\ 281\ 828$, appelée la base népérienne.

Rappel : $e^{-1} = 1/e = 0{,}367879\ \ldots$

Propriétés graphiques: fonction exponentielle de base *e*

Rappel : $e = 2{,}718\ 281\ 828\ \ldots$

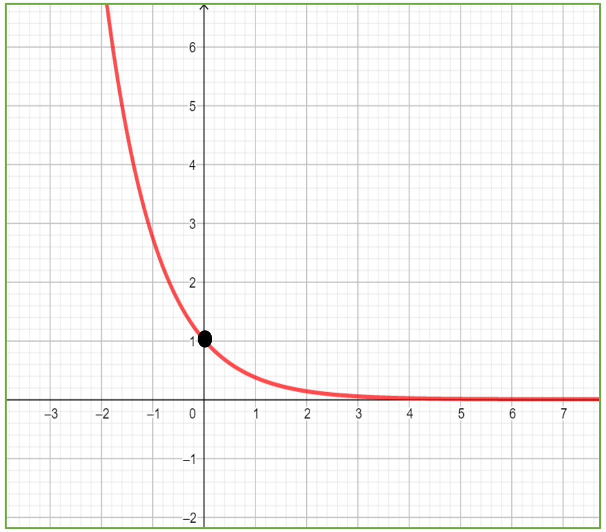
Définition On appelle fonction exponentielle (naturelle), la fonction exponentielle de base $\boldsymbol{e}$ définie par :

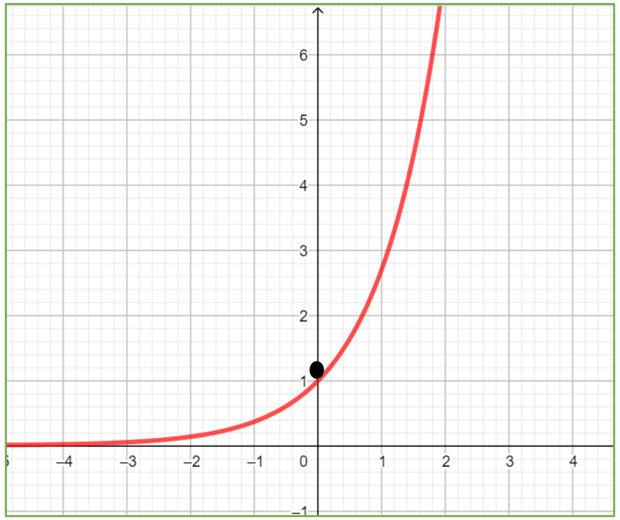
$$\boldsymbol{f(x) = e^{x}}$$

où $e \approx 2{,}718\ 281\ 828$, appelée la base népérienne.

Rappel : $e^{-1} = 1/e = 0{,}367879\ \ldots$

Exemple : Lequel de ces graphes représente la fonction $\boldsymbol{f(x) = e^{-x}}$?





Propriétés graphiques: fonction exponentielle de base *e*

Rappel : $e = 2{,}718\ 281\ 828\ \ldots$

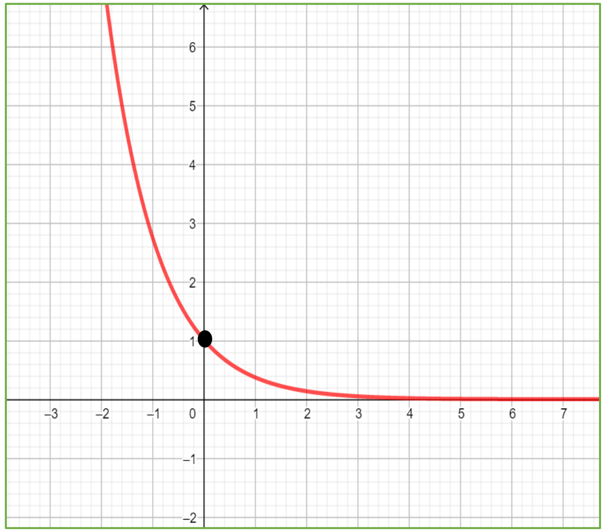
Définition On appelle fonction exponentielle (naturelle), la fonction exponentielle de base $\boldsymbol{e}$ définie par :

$$\boldsymbol{f(x) = e^{x}}$$

où $e \approx 2{,}718\ 281\ 828$, appelée la base népérienne.

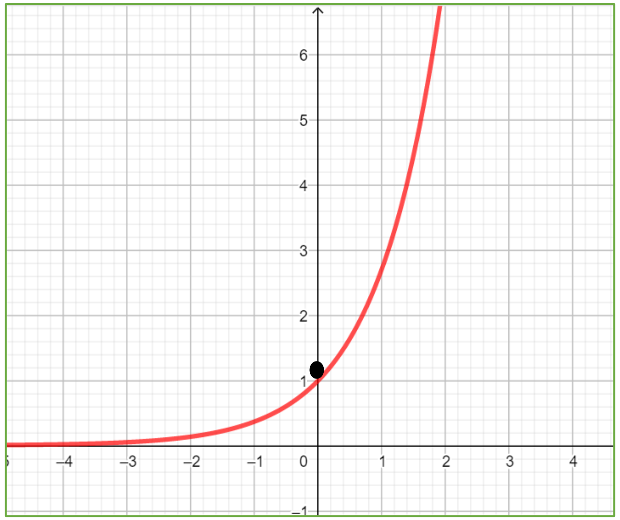
Rappel : $e^{-1} = 1/e = 0{,}367879\ \ldots$

Exemple : Lequel de ces graphes représente la fonction $\boldsymbol{f(x) = e^{-x}}$?



$$\boldsymbol{f(x) = e^{-x} \quad = \left(e^{-1}\right)^{x}}$$

$$a^{mn} = \left(a^{m}\right)^{n}$$



Propriétés graphiques: fonction exponentielle de base *e*

Rappel : $e = 2{,}718\ 281\ 828\ \ldots$

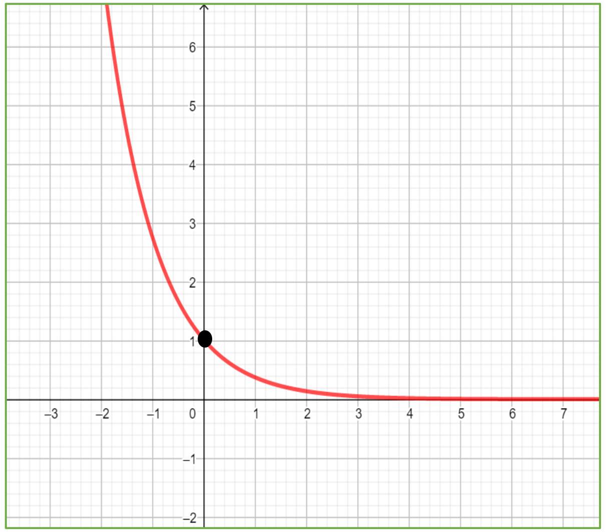
Définition On appelle fonction exponentielle (naturelle), la fonction exponentielle de base $\boldsymbol{e}$ définie par :

$$\boldsymbol{f(x) = e^{x}}$$

où $e \approx 2{,}718\ 281\ 828$, appelée la base népérienne.

Rappel : $e^{-1} = 1/e = 0{,}367879\ \ldots$

Exemple : Lequel de ces graphes représente la fonction $\boldsymbol{f(x) = e^{-x}}$?

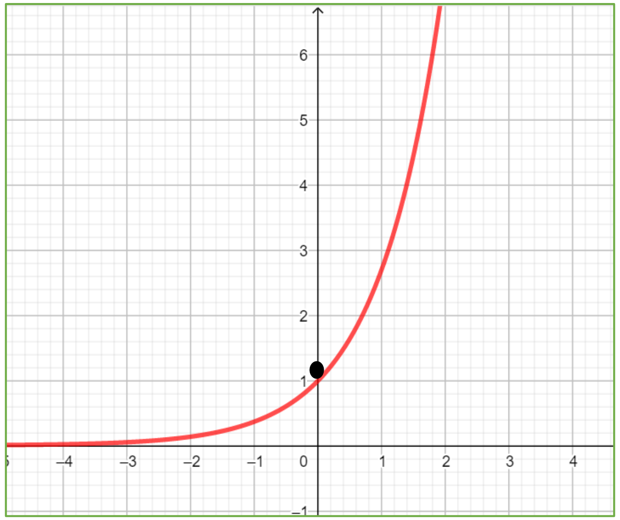


$$\boldsymbol{f(x) = e^{-x} = (e^{-1})^{x}}$$

$$\boldsymbol{= \left(\frac{1}{e}\right)^{x}}$$

$$a^{mn} = (a^{m})^{n}$$

$$\frac{1}{a^{n}} = a^{-n}\ ,\ a \neq 0$$



Propriétés graphiques: fonction exponentielle de base *e*

Rappel : $e = 2{,}718\ 281\ 828\ \ldots$

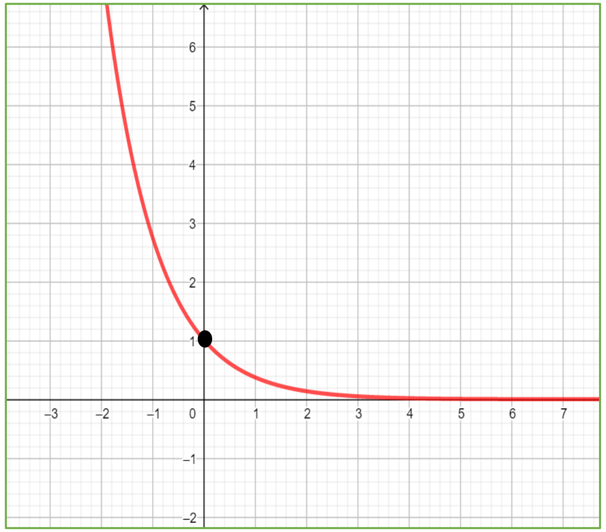
Définition On appelle fonction exponentielle (naturelle), la fonction exponentielle de base $\boldsymbol{e}$ définie par :

$$f(x) = e^{x}$$

où $e \approx 2{,}718\ 281\ 828$, appelée la base népérienne.

Rappel : $e^{-1} = 1/e = 0{,}367879\ \ldots$

Exemple : Lequel de ces graphes représente la fonction $f(x) = e^{-x}$?

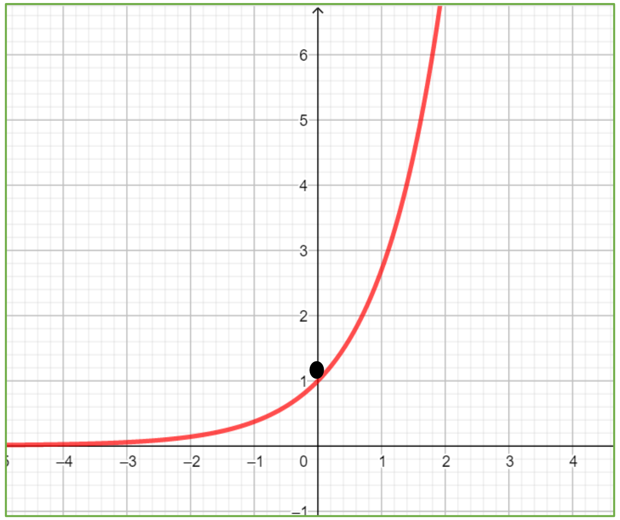


$$f(x) = e^{-x} = \left(e^{-1}\right)^{x} = \left(\frac{1}{e}\right)^{x} = a^{x}$$

$$a^{mn} = \left(a^{m}\right)^{n}$$

$$\frac{1}{a^{n}} = a^{-n}\ ,\ a \neq 0$$

$$0 < a = \frac{1}{e} < 1$$



Propriétés graphiques: fonction exponentielle de base *e*

Rappel : $e = 2{,}718\ 281\ 828 \ldots$

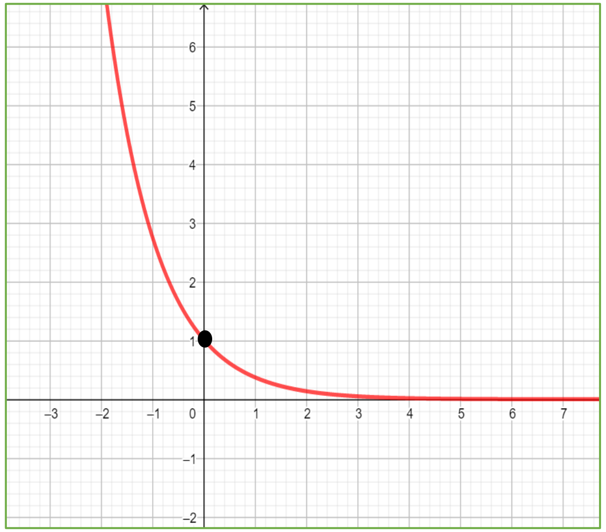
<u>Définition</u> On appelle fonction exponentielle (naturelle), la fonction exponentielle de base $\boldsymbol{e}$ définie par :

$$f(x) = e^{x}$$

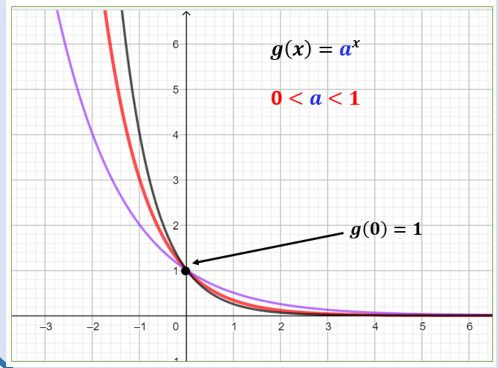
où $e \approx 2{,}718\ 281\ 828$, appelée la base népérienne.

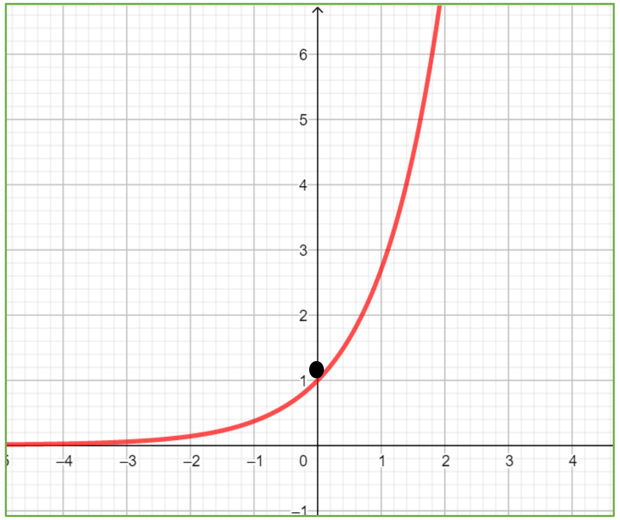
Rappel : $e^{-1} = 1/e = 0{,}367879 \ldots$

Exemple : Lequel de ces graphes représente la fonction $f(x) = e^{-x}$?



Rappel





Propriétés graphiques: fonction exponentielle de base *e*

Rappel : $e = 2{,}718\ 281\ 828\ \ldots$

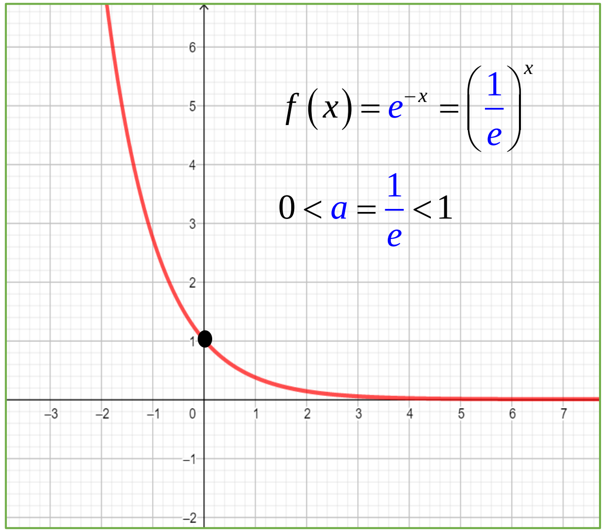
Définition On appelle fonction exponentielle (naturelle), la fonction exponentielle de base $\boldsymbol{e}$ définie par :

$$f(x) = e^{x}$$

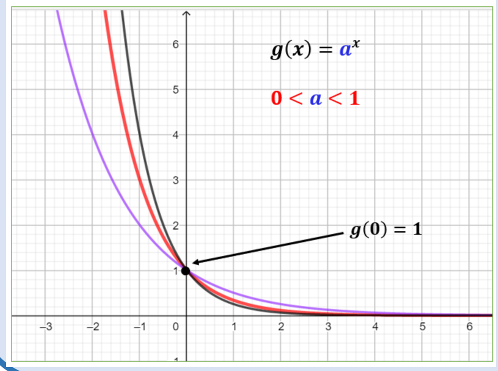
où $e \approx 2{,}718\ 281\ 828$, appelée la base népérienne.

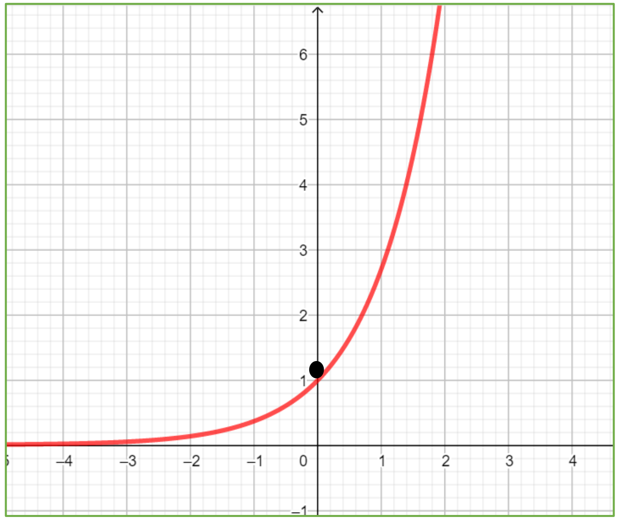
Rappel : $e^{-1} = 1/e = 0{,}367879\ \ldots$

Exemple : Lequel de ces graphes représente la fonction $f(x) = e^{-x}$?



Rappel





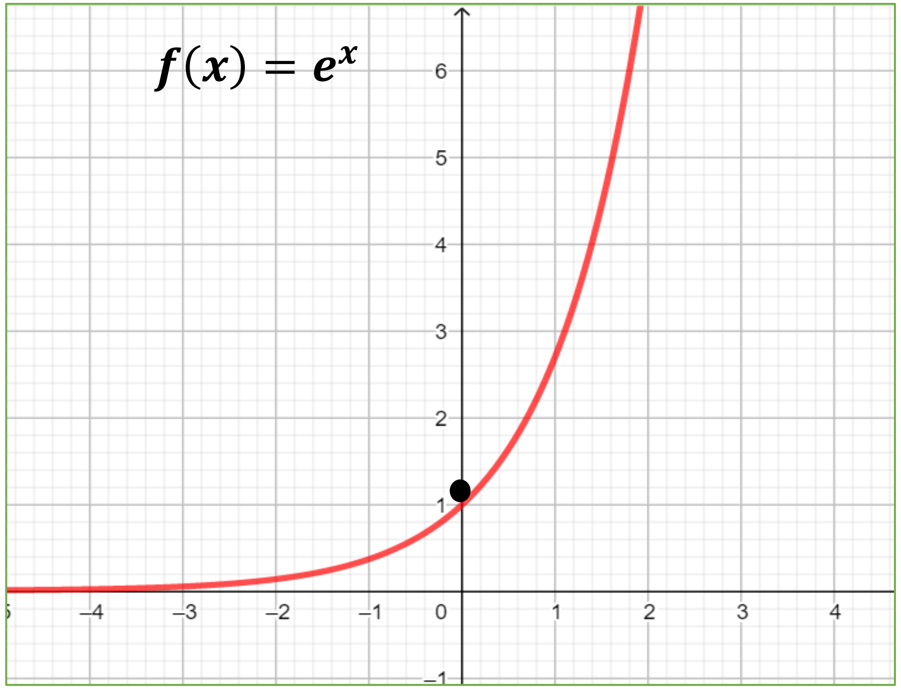
Propriétés graphiques: fonction exponentielle de base *e*

Rappel : $e = 2{,}718\ 281\ 828\ \ldots$

Définition On appelle fonction exponentielle (naturelle), la fonction exponentielle de base $\boldsymbol{e}$ définie par :

$$f(x) = e^x$$

où $e \approx 2{,}718\ 281\ 828$, appelée la base népérienne.



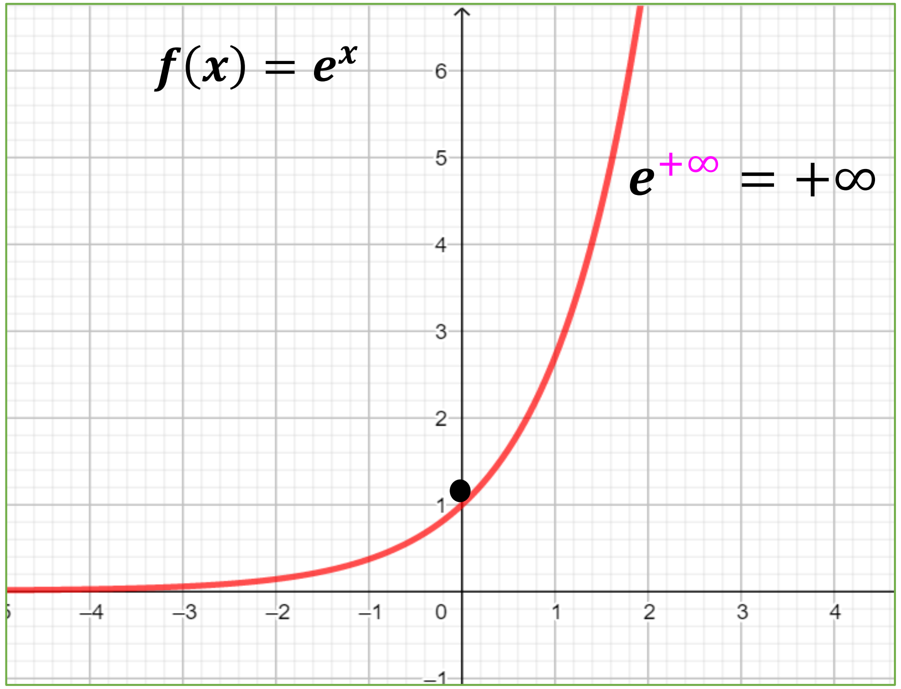
Propriétés graphiques: fonction exponentielle de base *e*

Rappel : $e = 2{,}718\ 281\ 828\ \dots$

Définition On appelle fonction exponentielle (naturelle), la fonction exponentielle de base $\boldsymbol{e}$ définie par :

$$f(x) = e^x$$

où $e \approx 2{,}718\ 281\ 828$, appelée la base népérienne.



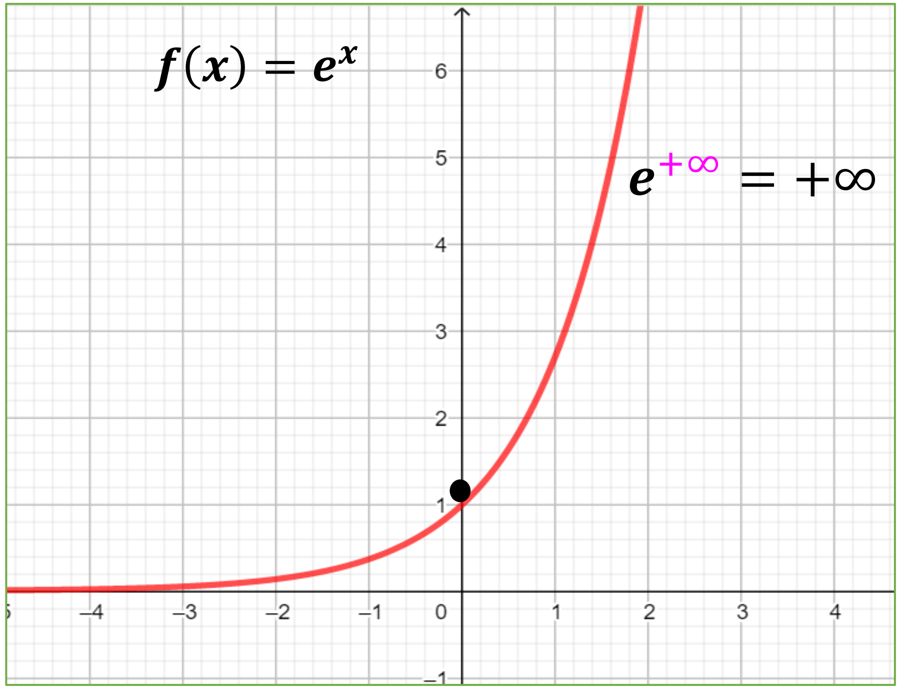
Propriétés graphiques: fonction exponentielle de base *e*

Rappel : $e = 2{,}718\ 281\ 828\ \ldots$

Définition On appelle fonction exponentielle (naturelle), la fonction exponentielle de base $\boldsymbol{e}$ définie par :

$$f(x) = e^{x}$$

où $e \approx 2{,}718\ 281\ 828$, appelée la base népérienne.



$$e^{-\infty} = \frac{1}{e^{+\infty}}$$

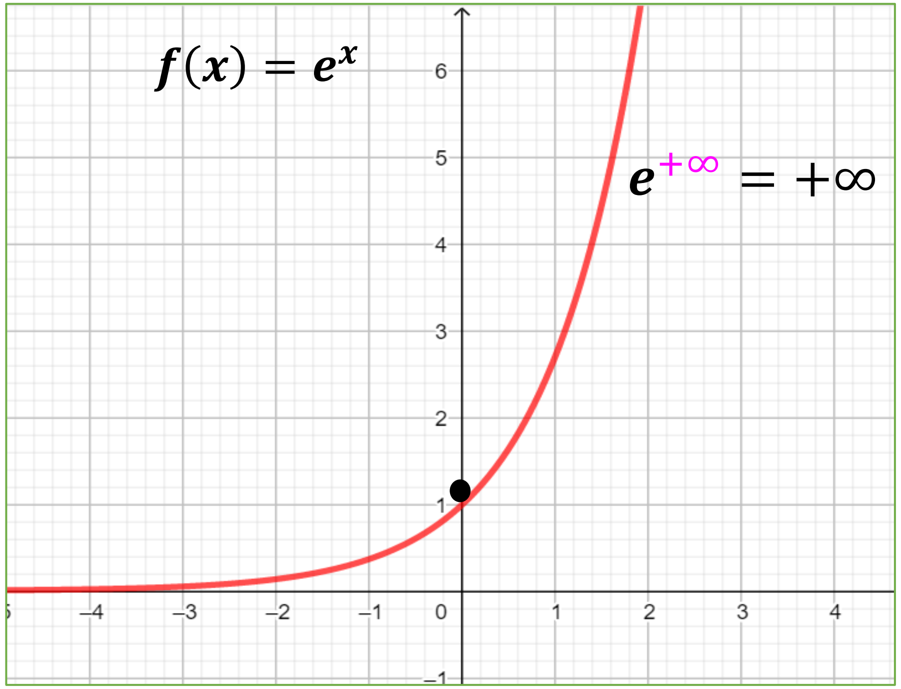
Propriétés graphiques: fonction exponentielle de base *e*

Rappel : $e = 2{,}718\ 281\ 828\ ...$

Définition On appelle fonction exponentielle (naturelle), la fonction exponentielle de base e définie par :

$$f(x) = e^x$$

où $e \approx 2{,}718\ 281\ 828$, appelée la base népérienne.



$$e^{-\infty} = \frac{1}{e^{+\infty}} = \frac{1}{+\infty} = 0$$

Résolution d’équations exponentielles

Équation exponentielle : une équation qui comporte une ou des expressions où la variable se trouve en exposant,

Résolution d'équations exponentielles

Équation exponentielle : une équation qui comporte une ou des expressions où la variable se trouve en exposant,

Comme $a^{P(x)}$, $a \in]0,+\infty[$ et $a \neq 1$.

Résolution d’équations exponentielles

Équation exponentielle : une équation qui comporte une ou des expressions où la variable se trouve en exposant,
Comme $a^{P(x)}$, $a \in \left]0, +\infty\right[$ et $a \neq 1$.

Résolution en deux étapes

Résolution d'équations exponentielles

Équation exponentielle : une équation qui comporte une ou des expressions où la variable se trouve en exposant, Comme $a^{P(x)}$, $a \in]0,+\infty[$ et $a \neq 1.$

Résolution en deux étapes

- détermination du domaine de l'équation

Résolution d’équations exponentielles

Équation exponentielle : une équation qui comporte une ou des expressions où la variable se trouve en exposant, Comme $a^{P(x)}$, $a \in \left]0,+\infty\right[$ et $a \neq 1$.

Résolution en deux étapes

- détermination du domaine de l’équation
- résolution de l’équation proprement dite

Résolution d'équations exponentielles

Équation exponentielle : une équation qui comporte une ou des expressions où la variable se trouve en exposant, Comme $a^{P(x)}$, $a \in]0,+\infty[$ et $a \neq 1$.

Résolution en deux étapes

- détermination du domaine de l'équation
- résolution de l'équation proprement dite

Domaine de l'équation

Résolution d'équations exponentielles

Équation exponentielle : une équation qui comporte une ou des expressions où la variable se trouve en exposant,

Comme $a^{P(x)}$, $a \in]0,+\infty[$ et $a \neq 1$.

Résolution en deux étapes

- détermination du domaine de l'équation
- résolution de l'équation proprement dite

Domaine de l'équation

Propriété 1

Résolution d'équations exponentielles

Équation exponentielle : une équation qui comporte une ou des expressions où la variable se trouve en exposant,

Comme $a^{P(x)}$, $a \in]0,+\infty[$ et $a \neq 1$.

Résolution en deux étapes

- détermination du domaine de l'équation
- résolution de l'équation proprement dite

Domaine de l'équation

Propriété 1 Si $f(x) = a^{P(x)}$, où $P(x)$ est une expression algébrique alors

Domaine de la fonction f $= Dom(P)$

Résolution d’équations exponentielles

Équation exponentielle : une équation qui comporte une ou des expressions où la variable se trouve en exposant,
Comme $a^{P(x)}$, $a \in]0,+\infty[$ et $a \neq 1$.

Résolution en deux étapes

- détermination du domaine de l’équation
- résolution de l’équation proprement dite

Domaine de l’équation

Propriété 1 Si $f(x) = a^{P(x)}$, où $P(x)$ est une expression algébrique alors

Domaine de la fonction *f* $= Dom(P)$

Zéros : aucun (le graphe de la fonction ne coupe pas l’axe des abscisses.)

Résolution d'équations exponentielles

Équation exponentielle : une équation qui comporte une ou des expressions où la variable se trouve en exposant,

Comme $a^{P(x)}$, $a \in \left]0, +\infty\right[$ et $a \neq 1$.

Résolution en deux étapes

- détermination du domaine de l'équation
- résolution de l'équation proprement dite

Domaine de l'équation

Propriété 1 Si $f(x) = a^{P(x)}$, où $P(x)$ est une expression algébrique alors

Domaine de la fonction f $= Dom(P)$

Zéros : aucun (le graphe de la fonction ne coupe pas l'axe des abscisses.)

Résolution des équations sous la forme $a^u = a^v$

Résolution d'équations exponentielles

Équation exponentielle : une équation qui comporte une ou des expressions où la variable se trouve en exposant,
Comme $a^{P(x)}$, $a \in]0,+\infty[$ et $a \neq 1$.

Résolution en deux étapes

- détermination du domaine de l'équation
- résolution de l'équation proprement dite

Domaine de l'équation

Propriété 1 Si $f(x) = a^{P(x)}$, où $P(x)$ est une expression algébrique alors

Domaine de la fonction *f* $= Dom(P)$

Zéros : aucun (le graphe de la fonction ne coupe pas l'axe des abscisses.)

Résolution des équations sous la forme $a^u = a^v$

Propriété 2

$$a^u = a^v \Leftrightarrow u = v$$

Résolution d'équations exponentielles

Équation exponentielle : une équation qui comporte une ou des expressions où la variable se trouve en exposant, Comme $a^{P(x)}$, $a \in]0,+\infty[$ et $a \neq 1$.

Résolution en deux étapes

- détermination du domaine de l'équation
- résolution de l'équation proprement dite

Domaine de l'équation

Propriété 1 Si $f(x) = a^{P(x)}$, où $P(x)$ est une expression algébrique alors

Domaine de la fonction f $= Dom(P)$

Zéros : aucun (le graphe de la fonction ne coupe pas l'axe des abscisses.)

Résolution des équations sous la forme $a^u = a^v$

Propriété 2

$$a^u = a^v \Leftrightarrow u = v$$

En particulier, si $a = e$ la formulation devient: $e^u = e^v \Leftrightarrow u = v$

Résolution d'équations exponentielles

Exemple : Résoudre l'équation $e^{5-x^2} = 1$

Résolution d'équations exponentielles

Exemple : Résoudre l'équation $e^{5-x^2} = 1$

La fonction sous la forme $f(x) = a^{P(x)}$
avec $P(x) = 5 - x^2$ $\quad$ (fonction polynômiale)

Résolution d'équations exponentielles

Exemple : Résoudre l'équation $e^{5-x^2} = 1$

La fonction sous la forme $f(x) = a^{P(x)}$
avec $P(x) = 5 - x^2$ $\left(\text{fonction polynômiale}\right)$

Étape 1 : Le domaine de l'équation est $\mathbb{R}$, car domaine(f) = domaine (P) = $\mathbb{R}$,

Propriété 1 : $f(x) = a^{P(x)}$

Domaine de *f* $= Dom(P)$

Résolution d'équations exponentielles

Exemple : Résoudre l'équation $e^{5-x^2} = 1$

La fonction sous la forme $f(x) = a^{P(x)}$
avec $P(x) = 5 - x^2$ (un polynôme)

Étape 1 : Le domaine de l'équation est $\mathbb{R}$, car domaine(f) = domaine (P) = $\mathbb{R}$,

Propriété 1 : $f(x) = a^{P(x)}$

Domaine de *f* $= Dom(P)$

Étape 2 :

On peut écrire successivement $e^{5-x^2} = 1 \Leftrightarrow e^{5-x^2} = e^0$

$\boxed{a^0 = 1,\ a \neq 0}$

Résolution d'équations exponentielles

Exemple : Résoudre l'équation $e^{5-x^2} = 1$

La fonction sous la forme $f(x) = a^{P(x)}$
avec $P(x) = 5 - x^2$ (un polynôme)

Étape 1 : Le domaine de l'équation est $\mathbb{R}$, car domaine(f) = domaine (P) = $\mathbb{R}$,

Propriété 1 : $f(x) = a^{P(x)}$

Domaine de f $= Dom(P)$

Étape 2 :

On peut écrire successivement $e^{5-x^2} = 1 \Leftrightarrow e^{5-x^2} = e^0$

$\boxed{a^0 = 1,\ a \neq 0}$

$\Leftrightarrow 5 - x^2 = 0$

Propriété 2 $a^u = a^v \Leftrightarrow u = v$

$e^u = e^v \Leftrightarrow u = v$

Résolution d'équations exponentielles

Exemple : Résoudre l'équation $e^{5-x^2} = 1$

La fonction sous la forme $f(x) = a^{P(x)}$
avec $P(x) = 5 - x^2$ (un polynôme)

Étape 1 : Le domaine de l'équation est $\mathbb{R}$, car domaine(f) = domaine (P) = $\mathbb{R}$,

Propriété 1 : $f(x) = a^{P(x)}$

Domaine de *f* $= Dom(P)$

Étape 2 :

On peut écrire successivement $e^{5-x^2} = 1 \Leftrightarrow e^{5-x^2} = e^0$

$a^0 = 1,\ a \neq 0$

$\Leftrightarrow 5 - x^2 = 0$

Propriété 2 $a^u = a^v \Leftrightarrow u = v$

$e^u = e^v \Leftrightarrow u = v$

$\Leftrightarrow (\sqrt{5} + x)(\sqrt{5} - x) = 0$

Identité remarquable : $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$

Résolution d'équations exponentielles

Exemple : Résoudre l'équation $e^{5-x^2} = 1$

La fonction sous la forme $f(x) = a^{P(x)}$
avec $P(x) = 5 - x^2$ (un polynôme)

Étape 1 : Le domaine de l'équation est $\mathbb{R}$, car domaine(f) = domaine (P) = $\mathbb{R}$,

Propriété 1 : $f(x) = a^{P(x)}$

Domaine de *f* $= Dom(P)$

Étape 2 :

On peut écrire successivement $e^{5-x^2} = 1 \Leftrightarrow e^{5-x^2} = e^0$

$a^0 = 1,\ a \neq 0$

$\Leftrightarrow 5 - x^2 = 0$

Propriété 2 $a^u = a^v \Leftrightarrow u = v$
$e^u = e^v \Leftrightarrow u = v$

$\Leftrightarrow (\sqrt{5} + x)(\sqrt{5} - x) = 0$

Identité remarquable : $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$

$x = \pm\sqrt{5}$ Sont les deux solutions de l'équation

L'ensemble solution : $S = \{-\sqrt{5}\ ,\ \sqrt{5}\}$

Résolution d’équations exponentielles

Exemple : Résoudre l’équation $\dfrac{5^{2+x}}{(25)^{x}} = \dfrac{1}{5}$

Résolution d'équations exponentielles

Exemple : Résoudre l'équation $\dfrac{5^{2+x}}{(25)^x} = \dfrac{1}{5}$

Propriété 1 : $f(x) = a^{P(x)}$

Domaine de f $= Dom(P)$

Étape 1 : Le domaine de l'équation est $\mathbb{R}$, car

- $(25)^x > 0$

Résolution d’équations exponentielles

Exemple : Résoudre l’équation $\dfrac{5^{2+x}}{(25)^x} = \dfrac{1}{5}$

Propriété 1 : $f(x) = a^{P(x)}$

Domaine de *f* $= Dom(P)$

Étape 1 : Le domaine de l’équation est $\mathbb{R}$, car

- $(25)^x > 0, \text{ pour tout } x \in \mathbb{R}$
- Le domaine de 5^{2+x}

Résolution d'équations exponentielles

Exemple : Résoudre l'équation $\dfrac{5^{2+x}}{(25)^x} = \dfrac{1}{5}$

Propriété 1 : $f(x) = a^{P(x)}$

Domaine de *f* $= Dom(P)$

Étape 1 : Le domaine de l'équation est $\mathbb{R}$, car

- $(25)^x > 0, \text{ pour tout } x \in \mathbb{R}$
- Le domaine de $5^{2+x} = \text{domaine}(2+x) = \mathbb{R}$

Résolution d'équations exponentielles

Propriété 1 : $f(x) = a^{P(x)}$

Domaine de *f* $= Dom(P)$

Exemple : Résoudre l'équation $\dfrac{5^{2+x}}{(25)^x} = \dfrac{1}{5}$

Étape 1 : Le domaine de l'équation est $\mathbb{R}$, car

- $(25)^x > 0, \text{ pour tout } x \in \mathbb{R}$
- Le domaine de $5^{2+x} = \text{domaine}(2+x) = \mathbb{R}$

Étape 2 : On peut écrire successivement : $\dfrac{5^{2+x}}{25^x} = \dfrac{1}{5}$

Résolution d'équations exponentielles

Exemple : Résoudre l'équation $\dfrac{5^{2+x}}{(25)^x} = \dfrac{1}{5}$

Propriété 1 : $f(x) = a^{P(x)}$

Domaine de *f* $= Dom(P)$

Étape 1 : Le domaine de l'équation est $\mathbb{R}$, car

- $(25)^x > 0$, pour tout $x \in \mathbb{R}$
- Le domaine de $5^{2+x} = \text{domaine}(2+x) = \mathbb{R}$

Pour $a > 0$, $a \neq 1$

$(a^x)^y = a^{xy}$

Étape 2 : On peut écrire successivement : $\dfrac{5^{2+x}}{25^x} = \dfrac{1}{5} \Leftrightarrow \dfrac{5^{2+x}}{5^{2x}} = \dfrac{1}{5}$

Résolution d'équations exponentielles

Exemple : Résoudre l'équation $\dfrac{5^{2+x}}{(25)^x} = \dfrac{1}{5}$

Propriété 1 : $f(x) = a^{P(x)}$

Domaine de *f* $= Dom(P)$

Étape 1 : Le domaine de l'équation est $\mathbb{R}$, car

- $(25)^x > 0$, pour tout $x \in \mathbb{R}$
- Le domaine de $5^{2+x} = \text{domaine}(2+x) = \mathbb{R}$

Pour $a > 0$, $a \neq 1$

$$(a^x)^y = a^{xy}$$

$$\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$$

Étape 2 : On peut écrire successivement : $\dfrac{5^{2+x}}{25^x} = \dfrac{1}{5} \Leftrightarrow \dfrac{5^{2+x}}{5^{2x}} = \dfrac{1}{5}$

$$\Leftrightarrow 5^{2+x-2x} = \frac{1}{5}$$

Résolution d'équations exponentielles

Exemple : Résoudre l'équation $\dfrac{5^{2+x}}{(25)^x} = \dfrac{1}{5}$

Propriété 1 : $f(x) = a^{P(x)}$

Domaine de *f* $= Dom(P)$

Étape 1 : Le domaine de l'équation est $\mathbb{R}$, car

- $(25)^x > 0$, pour tout $x \in \mathbb{R}$
- Le domaine de $5^{2+x} = \text{domaine}(2+x) = \mathbb{R}$

Étape 2 : On peut écrire successivement : $\dfrac{5^{2+x}}{25^x} = \dfrac{1}{5} \Leftrightarrow \dfrac{5^{2+x}}{5^{2x}} = \dfrac{1}{5}$

$$\Leftrightarrow 5^{2+x-2x} = \frac{1}{5}$$

$$\Leftrightarrow 5^{2-x} = 5^{-1}$$

Pour $a > 0$, $a \neq 1$

$$(a^x)^y = a^{xy}$$

$$\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$$

$$\frac{1}{a^x} = a^{-x}$$

Résolution d'équations exponentielles

Exemple : Résoudre l'équation $\dfrac{5^{2+x}}{(25)^x} = \dfrac{1}{5}$

Propriété 1 : $f(x) = a^{P(x)}$

Domaine de *f* $= Dom(P)$

Étape 1 : Le domaine de l'équation est $\mathbb{R}$, car

- $(25)^x > 0$, pour tout $x \in \mathbb{R}$
- Le domaine de $5^{2+x} = \text{domaine}(2+x) = \mathbb{R}$

Étape 2 : On peut écrire successivement : $\dfrac{5^{2+x}}{25^x} = \dfrac{1}{5} \Leftrightarrow \dfrac{5^{2+x}}{5^{2x}} = \dfrac{1}{5}$

$$\Leftrightarrow 5^{2+x-2x} = \frac{1}{5}$$

$$\Leftrightarrow 5^{2-x} = 5^{-1}$$

$$\Leftrightarrow 2 - x = -1$$

Pour $a > 0$, $a \neq 1$

$$(a^x)^y = a^{xy}$$

$$\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$$

$$\frac{1}{a^x} = a^{-x}$$

Propriété 2 $a^u = a^v \Leftrightarrow u = v$

$e^u = e^v \Leftrightarrow u = v$

Résolution d'équations exponentielles

Exemple : Résoudre l'équation $\dfrac{5^{2+x}}{(25)^x} = \dfrac{1}{5}$

Propriété 1 : $f(x) = a^{P(x)}$

Domaine de *f* $= Dom(P)$

Étape 1 : Le domaine de l'équation est $\mathbb{R}$, car

- $(25)^x > 0$, pour tout $x \in \mathbb{R}$
- Le domaine de $5^{2+x} = \text{domaine}(2+x) = \mathbb{R}$

Pour $a > 0$, $a \neq 1$

$(a^x)^y = a^{xy}$

$\dfrac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$

$\dfrac{1}{a^x} = a^{-x}$

Étape 2 : On peut écrire successivement : $\dfrac{5^{2+x}}{25^x} = \dfrac{1}{5} \Leftrightarrow \dfrac{5^{2+x}}{5^{2x}} = \dfrac{1}{5}$

$\Leftrightarrow 5^{2+x-2x} = \dfrac{1}{5}$

$\Leftrightarrow 5^{2-x} = 5^{-1}$

$\Leftrightarrow 2 - x = -1$

$\Leftrightarrow x = 3$

Propriété 2 $a^u = a^v \Leftrightarrow u = v$

$e^u = e^v \Leftrightarrow u = v$

Résolution d'équations exponentielles

Exemple : Résoudre l'équation $\dfrac{5^{2+x}}{(25)^x} = \dfrac{1}{5}$

Propriété 1 : $f(x) = a^{P(x)}$

Domaine de f $= Dom(P)$

Étape 1 : Le domaine de l'équation est $\mathbb{R}$, car

- $(25)^x > 0$, pour tout $x \in \mathbb{R}$
- Le domaine de $5^{2+x} = \text{domaine}(2+x) = \mathbb{R}$

Pour $a > 0$, $a \neq 1$

$(a^x)^y = a^{xy}$

$\dfrac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$

$\dfrac{1}{a^x} = a^{-x}$

Propriété 2 $a^u = a^v \Leftrightarrow u = v$

$e^u = e^v \Leftrightarrow u = v$

Étape 2 : On peut écrire successivement : $\dfrac{5^{2+x}}{25^x} = \dfrac{1}{5} \Leftrightarrow \dfrac{5^{2+x}}{5^{2x}} = \dfrac{1}{5}$

$\Leftrightarrow 5^{2+x-2x} = \dfrac{1}{5}$

$\Leftrightarrow 5^{2-x} = 5^{-1}$

$\Leftrightarrow 2 - x = -1$

$\Leftrightarrow x = 3$

L'ensemble solution : $S = \{3\}$

Résumé

Fonction exponentielle :

Si $f(x) = a^x$, $a > 0$, $a \neq 1$

Résumé

Fonction exponentielle :

Si $f(x) = a^x$, $a > 0$, $a \neq 1$

- $Dom(f) = \mathbb{R}$ $\qquad \operatorname{Im}(f) =]0,+\infty[$

Résumé

Fonction exponentielle :

Si $f(x) = a^x$, $a > 0$, $a \neq 1$

- $Dom(f) = \mathbb{R}$ $\operatorname{Im}(f) = \left]0, +\infty\right[$
- Zéros: La fonction exponentielle n'admet pas de zéro

Résumé

Fonction exponentielle :

Si $f(x) = a^x, \ a > 0 \ , a \neq 1$

- $Dom(f) = \mathbb{R}$ $\qquad \operatorname{Im}(f) = \left]0, +\infty\right[$
- Zéros: $f(x)$ n'admet pas de zéro
- Asymptote horizontale $y = 0$

Résumé

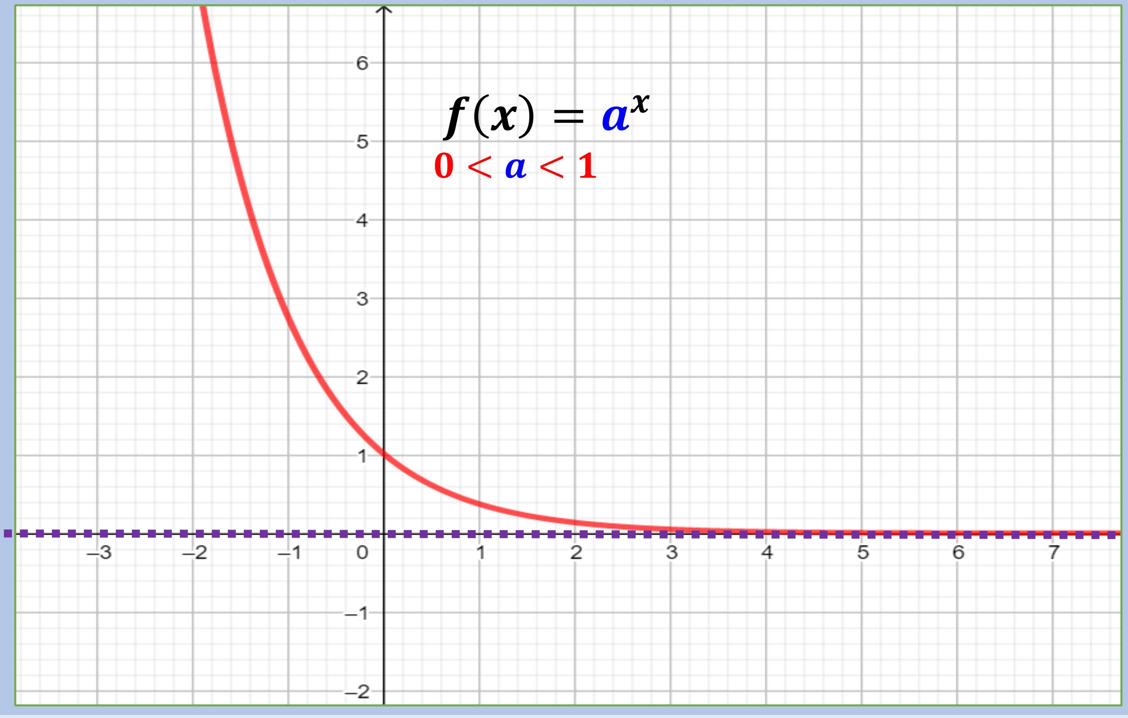
Fonction exponentielle :

Si $f(x) = a^x$, $a > 0$, $a \neq 1$

- $Dom(f) = \mathbb{R}$ $\quad \operatorname{Im}(f) = \left]0, +\infty\right[$
- Zéros: $f(x)$ n'admet pas de zéro

Si $0 < a < 1$

- Asymptote horizontale $y = 0$: active à droite
- La fonction est décroissante



Résumé

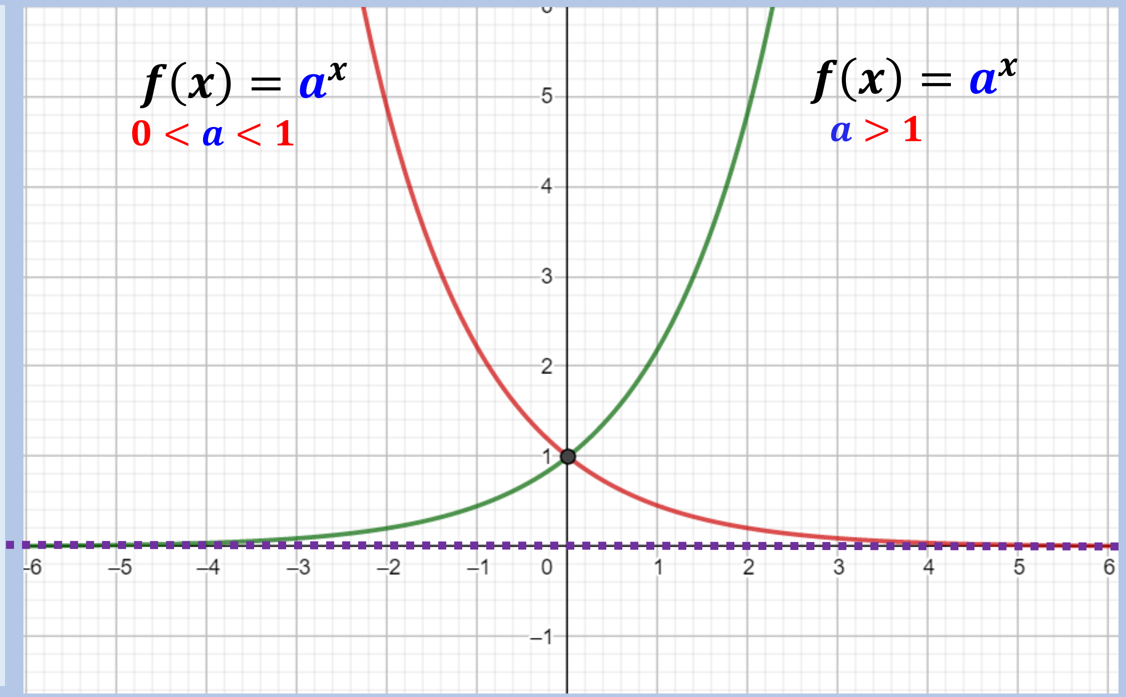
Fonction exponentielle :

Si $f(x) = a^x$, $a > 0$, $a \neq 1$

- $Dom(f) = \mathbb{R}$ $\quad$ $\operatorname{Im}(f) =]0, +\infty[$
- Zéros: $f(x)$ n'admet pas de zéro

Si $a > 1$

- Asymptote horizontale $y = 0$: active à gauche
- La fonction est croissante

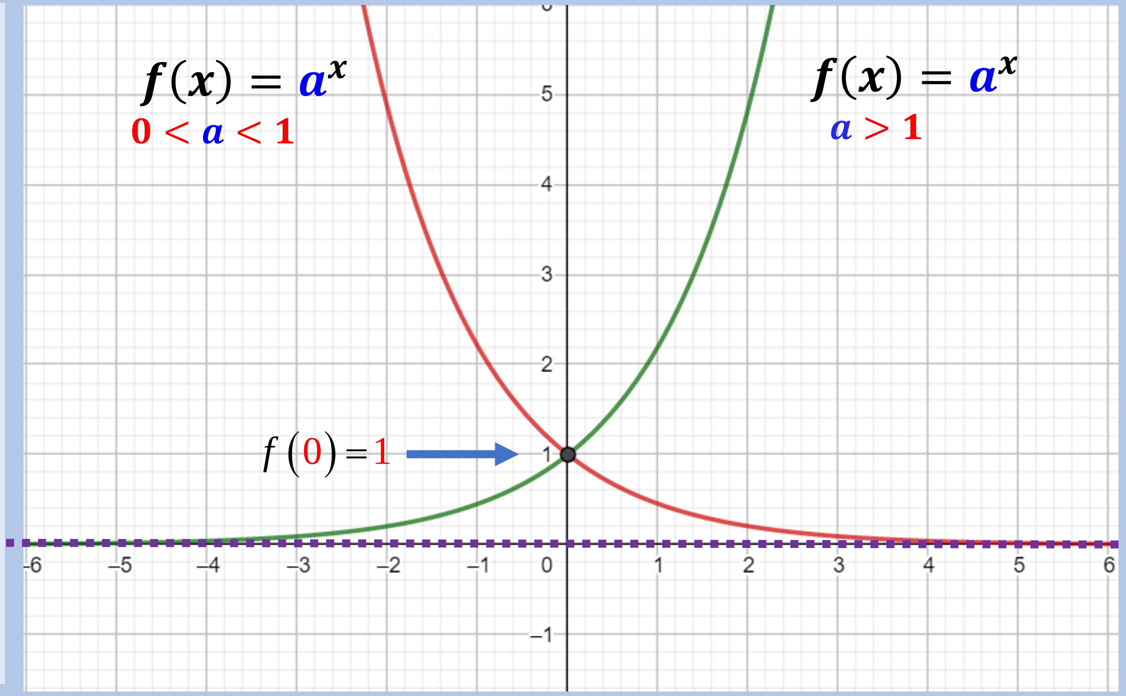


Résumé

Fonction exponentielle :

Si $f(x) = a^x$, $a > 0$, $a \neq 1$

- $Dom(f) = \mathbb{R}$ $\quad \operatorname{Im}(f) =]0,+\infty[$
- Zéros: $f(x)$ n'admet pas de zéro
- Asymptote horizontale $y = 0$: active à droite ou à gauche
- $f(0) = 1$



Résumé

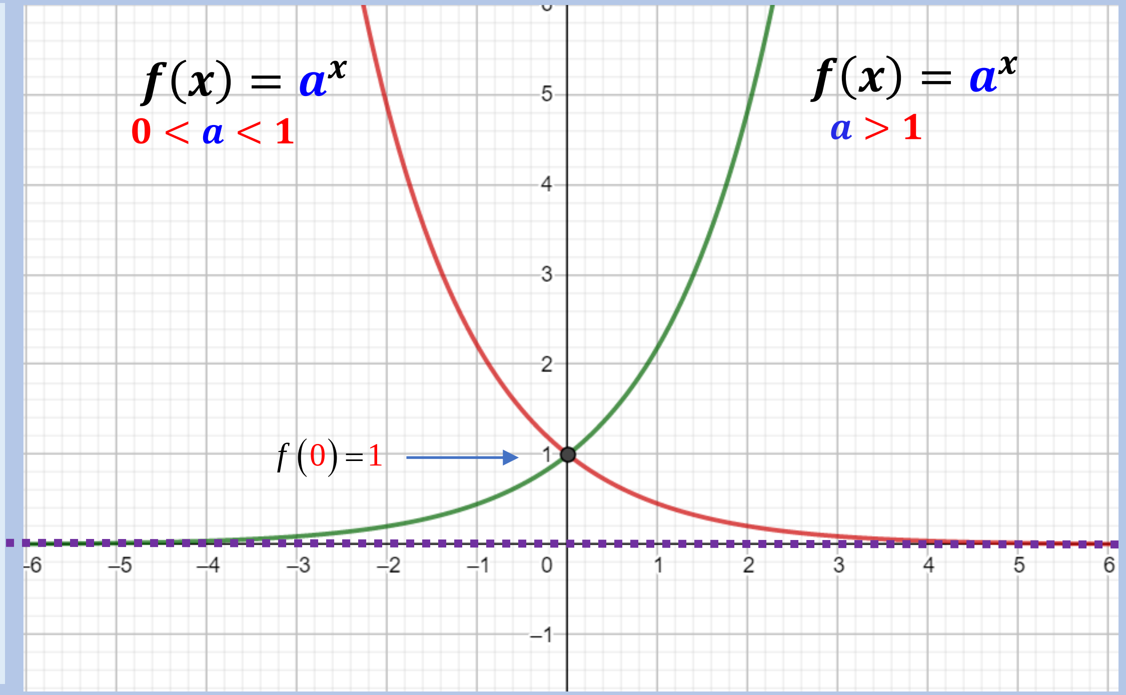
Fonction exponentielle :

Si $f(x) = a^x$, $a > 0$, $a \neq 1$

- $Dom(f) = \mathbb{R}$ $\quad$ $\operatorname{Im}(f) =]0, +\infty[$ $\quad$ $f(0) = 1$
- Zéros: $f(x)$ n'admet pas de zéro
- Asymptote horizontale $y = 0$: active à droite ou à gauche

Si $f(x) = a^{P(x)}$, $a > 0$, $a \neq 1$

- $Dom(f) = Dom(P)$



Résumé

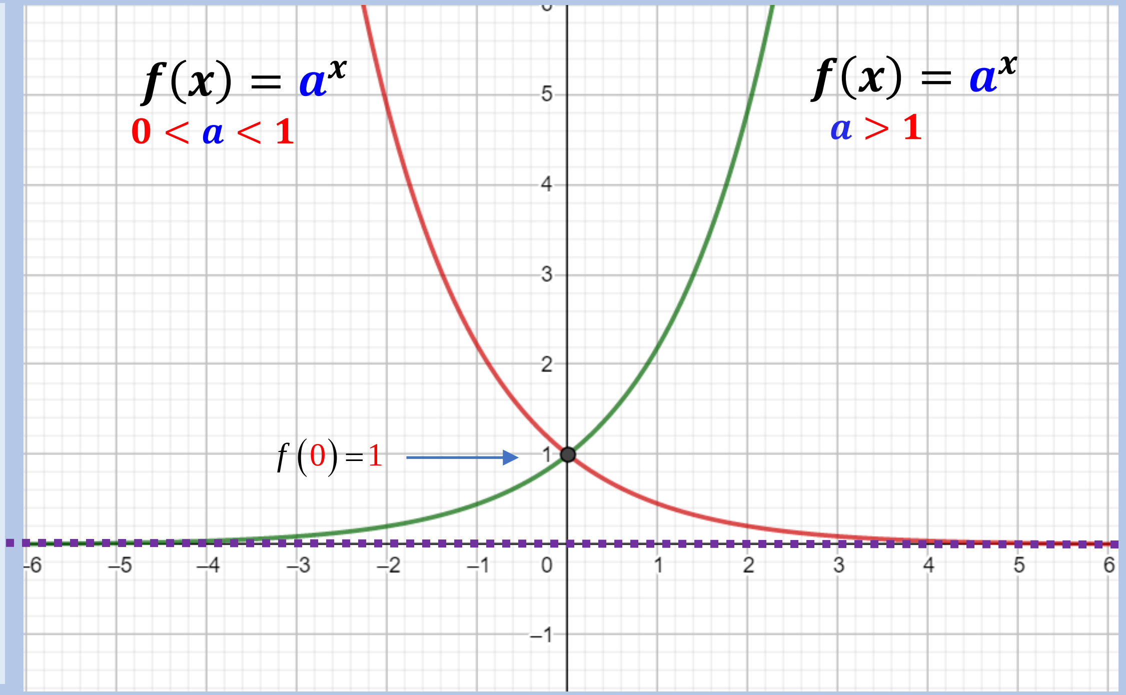
Fonction exponentielle :

Si $f(x) = a^x$, $a > 0$, $a \neq 1$

- $Dom(f) = \mathbb{R}$ $\quad \text{Im}(f) = \left]0, +\infty\right[$ $\quad f(0) = 1$
- Zéros: $f(x)$ n'admet pas de zéro
- Asymptote horizontale $y = 0$: active à droite ou à gauche

Si $f(x) = a^{P(x)}$, $a > 0$, $a \neq 1$

- $Dom(f) = Dom(P)$
- Zéros: $f(x)$ n'admet pas de zéro



Résumé

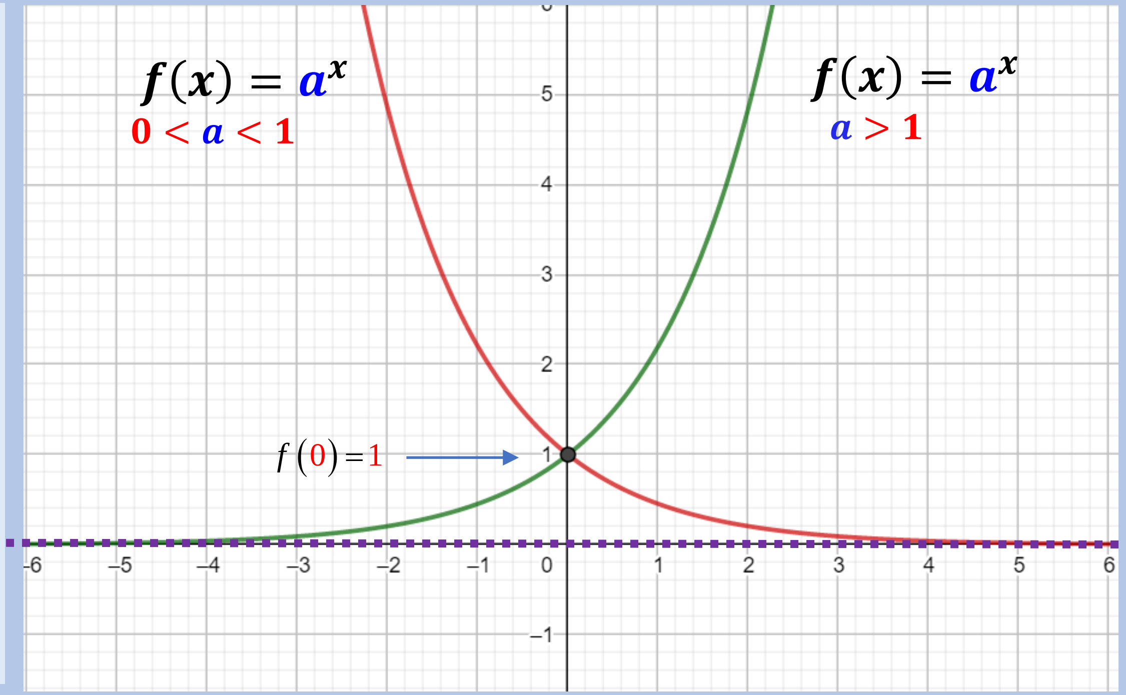
Fonction exponentielle :

Si $f(x) = a^x$, $a > 0$, $a \neq 1$

- $Dom(f) = \mathbb{R}$ $\quad \operatorname{Im}(f) =]0, +\infty[$ $\quad f(0) = 1$
- Zéros: $f(x)$ n'admet pas de zéro
- Asymptote horizontale $y = 0$: active à droite ou à gauche

Si $f(x) = a^{P(x)}$, $a > 0$, $a \neq 1$

- $Dom(f) = Dom(P)$
- Zéros: $f(x)$ n'admet pas de zéro



Résolution d'équations exponentielles : possible si on peut transformer en puissances d'une même base

$$a^u = a^v$$

Résumé

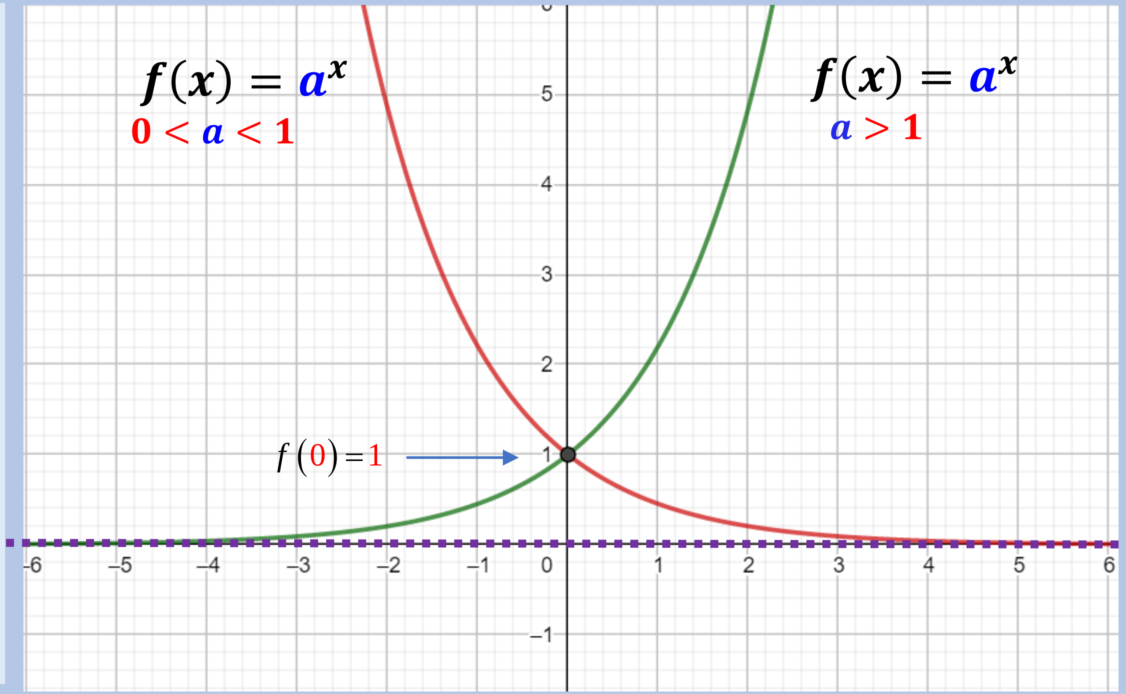
Fonction exponentielle :

Si $f(x) = a^x$, $a > 0$, $a \neq 1$

- $Dom(f) = \mathbb{R}$ $\quad \mathrm{Im}(f) =]0,+\infty[$ $\quad f(0) = 1$
- Zéros: $f(x)$ n'admet pas de zéro
- Asymptote horizontale $y = 0$: active à droite ou à gauche

Si $f(x) = a^{P(x)}$, $a > 0$, $a \neq 1$

- $Dom(f) = Dom(P)$
- Zéros: $f(x)$ n'admet pas de zéro



Résolution d'équations exponentielles : possible si on peut transformer en puissances d'une même base

$$a^u = a^v \Leftrightarrow u = v$$

Résumé

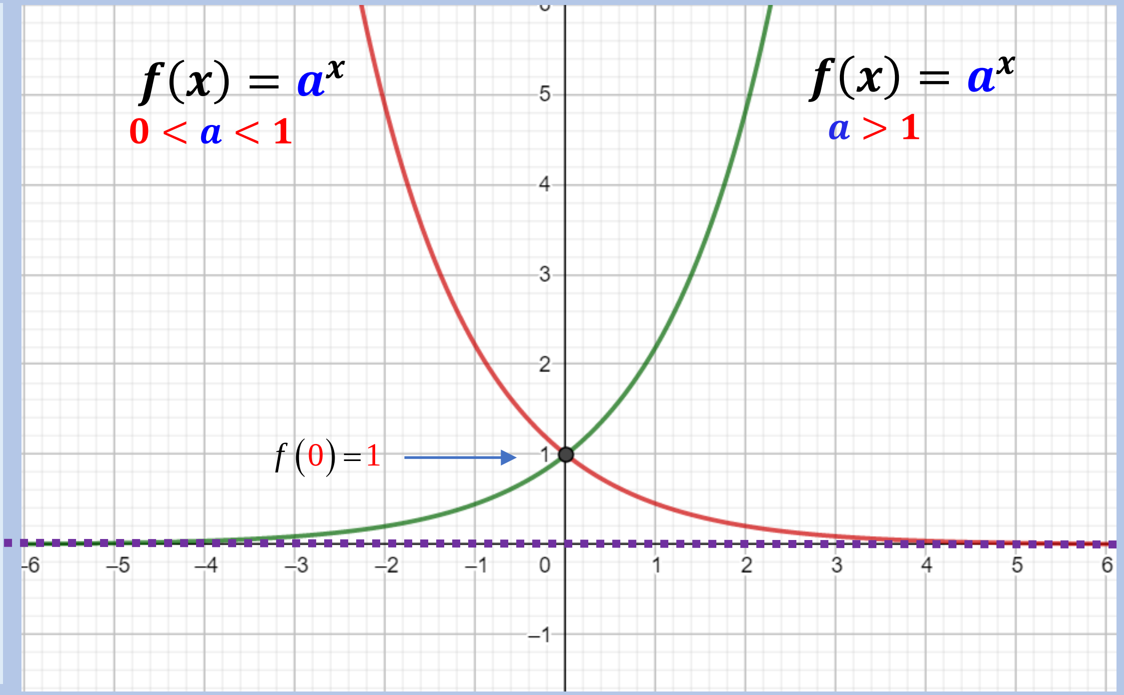
Fonction exponentielle :

Si $f(x) = a^x$, $a > 0$, $a \neq 1$

- $Dom(f) = \mathbb{R}$ $\quad \text{Im}(f) =]0, +\infty[$ $\quad f(0) = 1$
- Zéros: $f(x)$ n'admet pas de zéro
- Asymptote horizontale $y = 0$: active à droite ou à gauche

Si $f(x) = a^{P(x)}$, $a > 0$, $a \neq 1$

- $Dom(f) = Dom(P)$
- Zéros: $f(x)$ n'admet pas de zéro



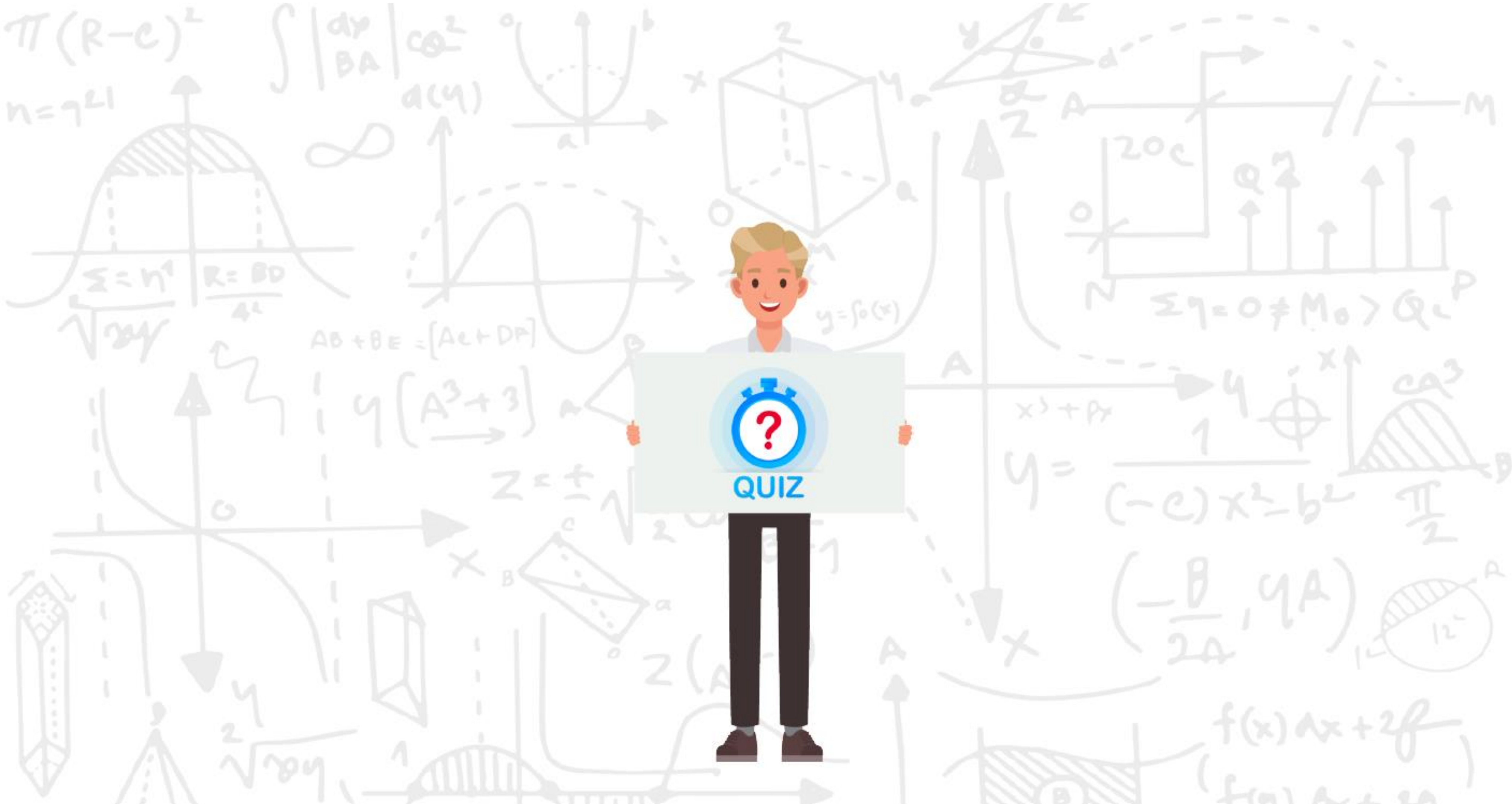
Résolution d'équations exponentielles : possible si on peut transformer en puissances d'une même base

$$a^u = a^v \Leftrightarrow u = v$$

Cas particulier : $e^u = e^v \Leftrightarrow u = v$

RÉFÉRENCES

- Michèle Gingras, **Mathématique d'appoint**, 5e édition, 2015, Éditeur Chenelière éducation.
- Josée Hamel, **Mise à niveau Mathématique**, 2e édition, 2017, Éditeur Pearson (ERPI)


QUIZ