HEC MONTRÉAL

DÉPARTEMENT DE SCIENCES DE LA DÉCISION
FATIHA KACHER - Maître d'enseignement
CENTRE D'AIDE EN MATHÉMATIQUES ET STATISTIQUE
MICHEL KEOULA - Coordonnateur

MATHÉMATIQUES D'APPOINT

LOGARITHMES ET LOIS DES LOGARITHMES

LOGARITHMES ET LOIS DES LOGARITHMES

- Définition du logarithme

LOGARITHMES ET LOIS DES LOGARITHMES

- Définition du logarithme
- Lois des logarithmes

LOGARITHMES ET LOIS DES LOGARITHMES

- Définition du logarithme
- Lois des logarithmes
- Exemples résolus

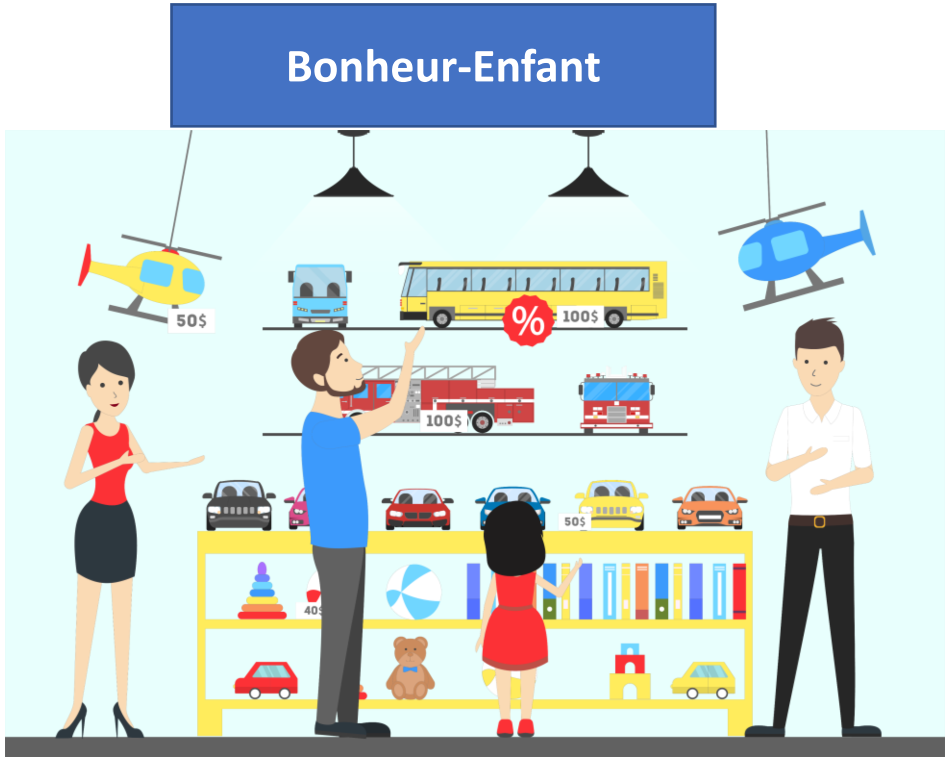
Exemple introductif

Bonheur-Enfant

Exemple introductif

Le pourcentage des ventes de jouets en ligne pour les cinq prochaines années, à partir du début de l'année prochaine :

$$P(t) = 6e^{\frac{t}{2}} \quad , \quad \text{avec } 0 \leq t \leq 5$$



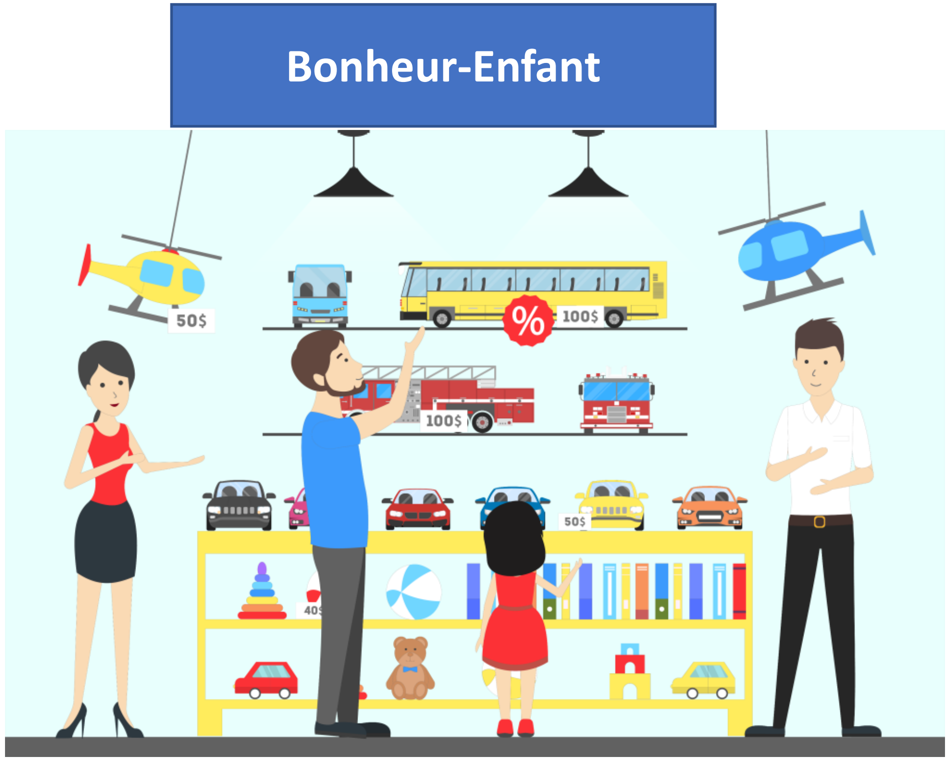
Exemple introductif

Le pourcentage des ventes de jouets en ligne pour les cinq prochaines années, à partir du début de l'année prochaine :

$$P(t) = 6e^{\frac{t}{2}} \quad , \text{ avec } 0 \le t \le 5$$

Où

t : le temps en année



Exemple introductif

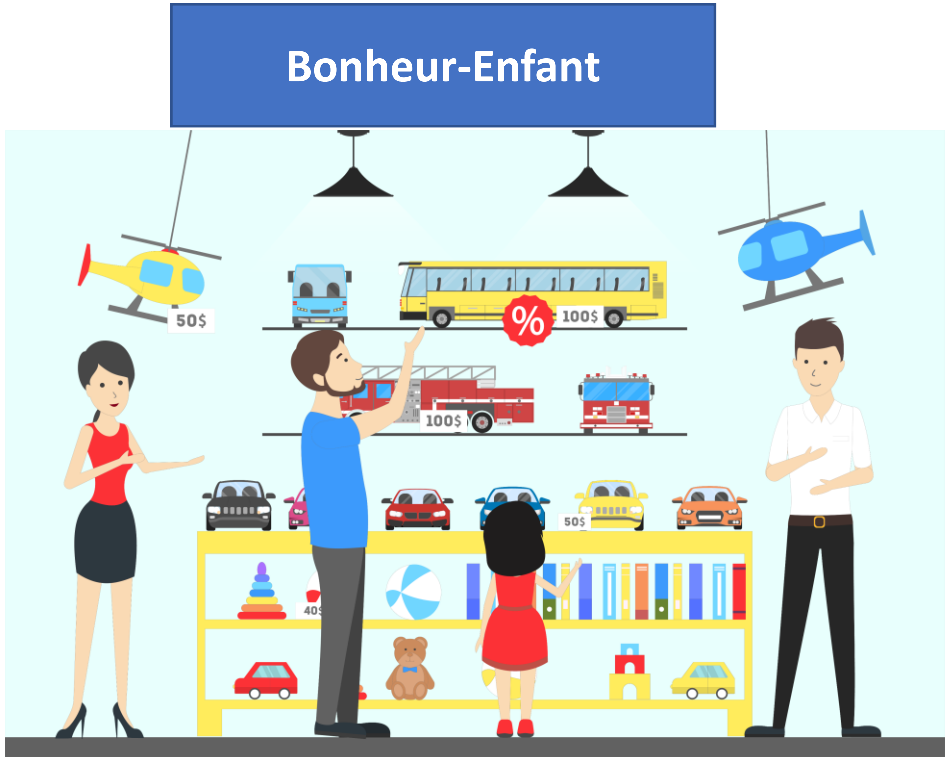
Le pourcentage des ventes de jouets en ligne pour les cinq prochaines années, à partir du début de l'année prochaine :

$$P(t) = 6e^{\frac{t}{2}} \quad , \text{ avec } 0 \le t \le 5$$

Où

t : le temps en année

$t = 0$: début de l'année prochaine



Exemple introductif

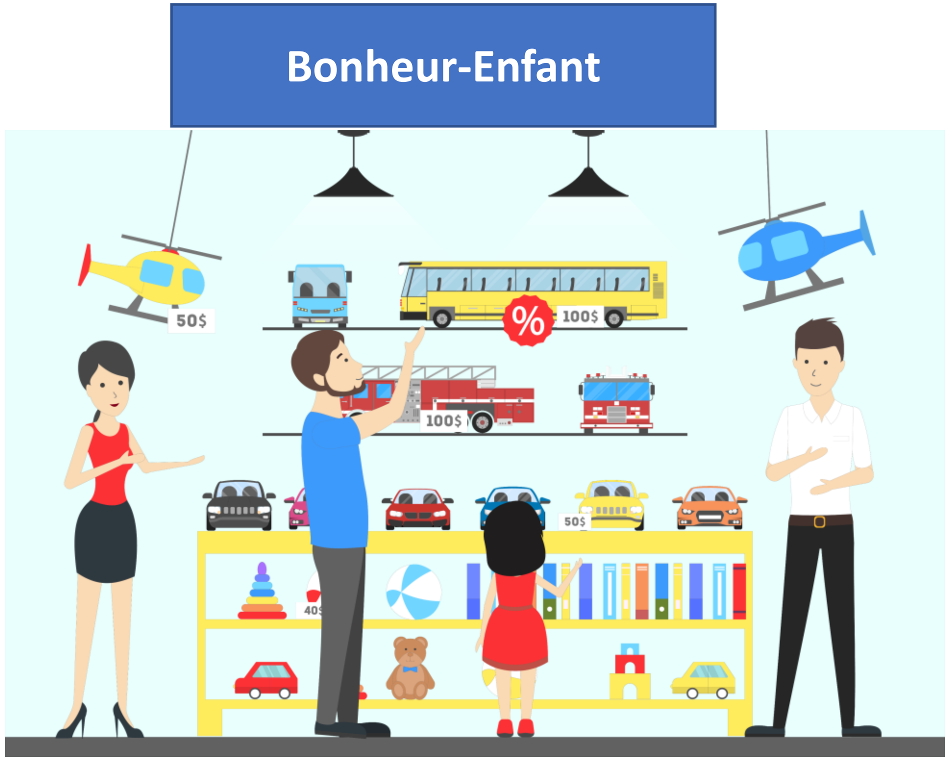
Le pourcentage des ventes de jouets en ligne pour les cinq prochaines années, à partir du début de l'année prochaine :

$$P(t) = 6e^{\frac{t}{2}} \quad , \ \text{avec } 0 \leq t \leq 5$$

Où

t : le temps en année

$t = 0$: début de l'année prochaine



Exemple introductif

Le pourcentage des ventes de jouets en ligne pour les cinq prochaines années, à partir du début de l'année prochaine :

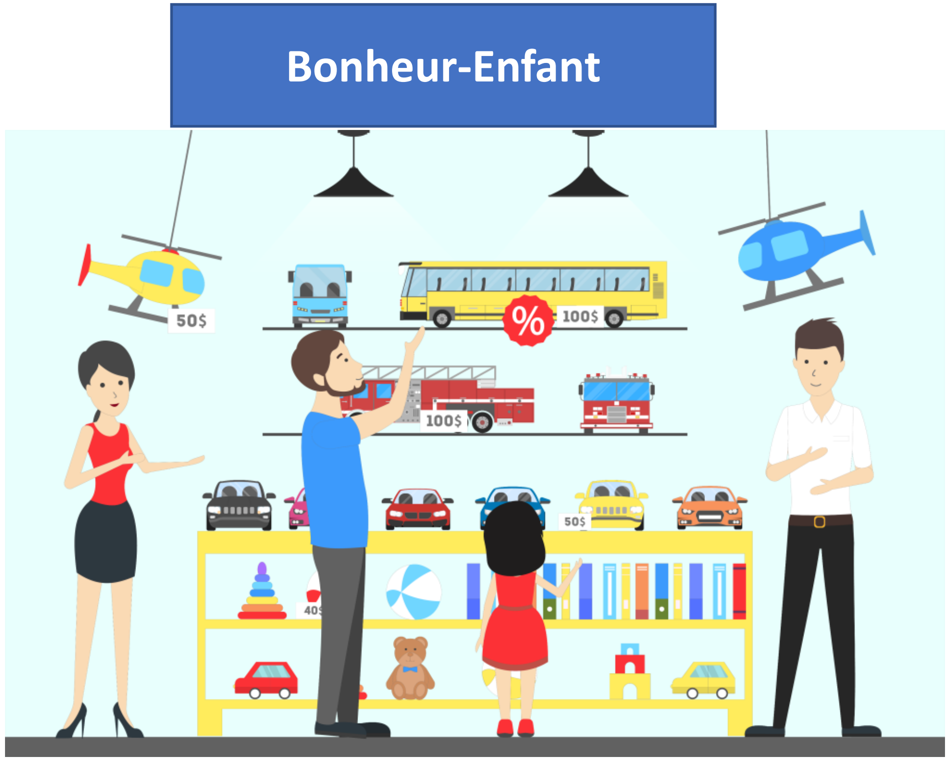
$$P(t) = 6e^{\frac{t}{2}} \quad , \text{ avec } 0 \leq t \leq 5$$

Où

t : le temps en année

$t = 0$: début de l'année prochaine

Dans combien d'années , le magasin atteindrait-il- 44 % des ventes de jouets en ligne ?



Exemple introductif

Le pourcentage des ventes de jouets en ligne pour les cinq prochaines années, à partir du début de l'année prochaine :

$$P(t) = 6e^{\frac{t}{2}} \quad , \text{ avec } 0 \leq t \leq 5$$

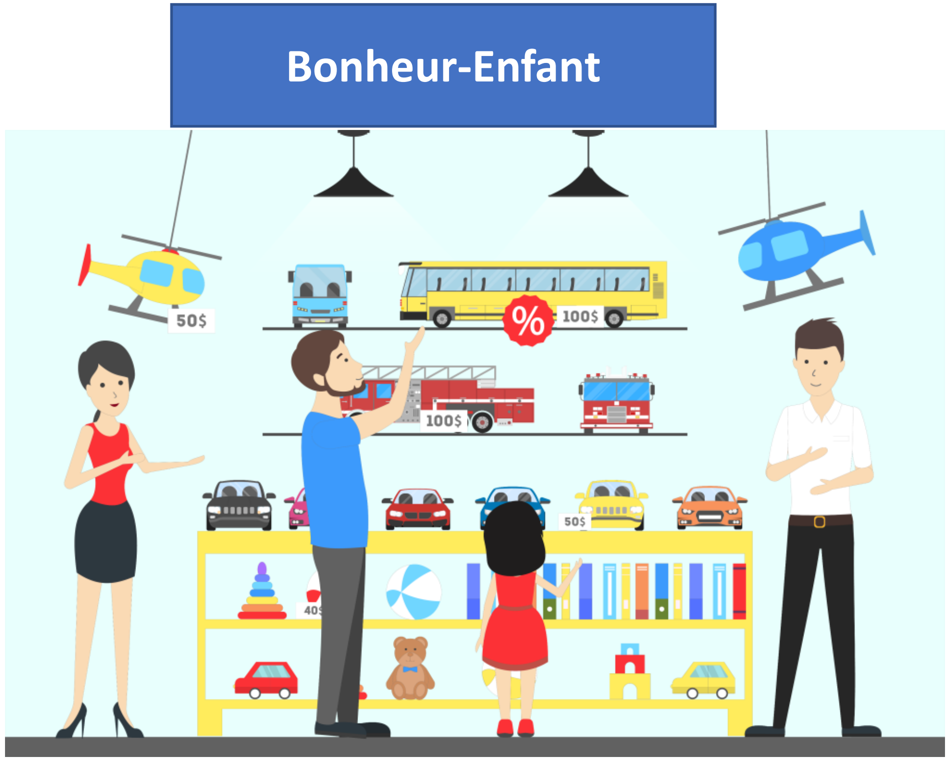
Où

t : le temps en année

$t = 0$: début de l'année prochaine

Dans combien d'années , le magasin atteindrait-il- 44 % des ventes de jouets en ligne ?

$t = ?$



Exemple introductif

Le pourcentage des ventes de jouets en ligne pour les cinq prochaines années, à partir du début de l'année prochaine :

$$P(t) = 6e^{\frac{t}{2}} \quad , \text{ avec } 0 \leq t \leq 5$$

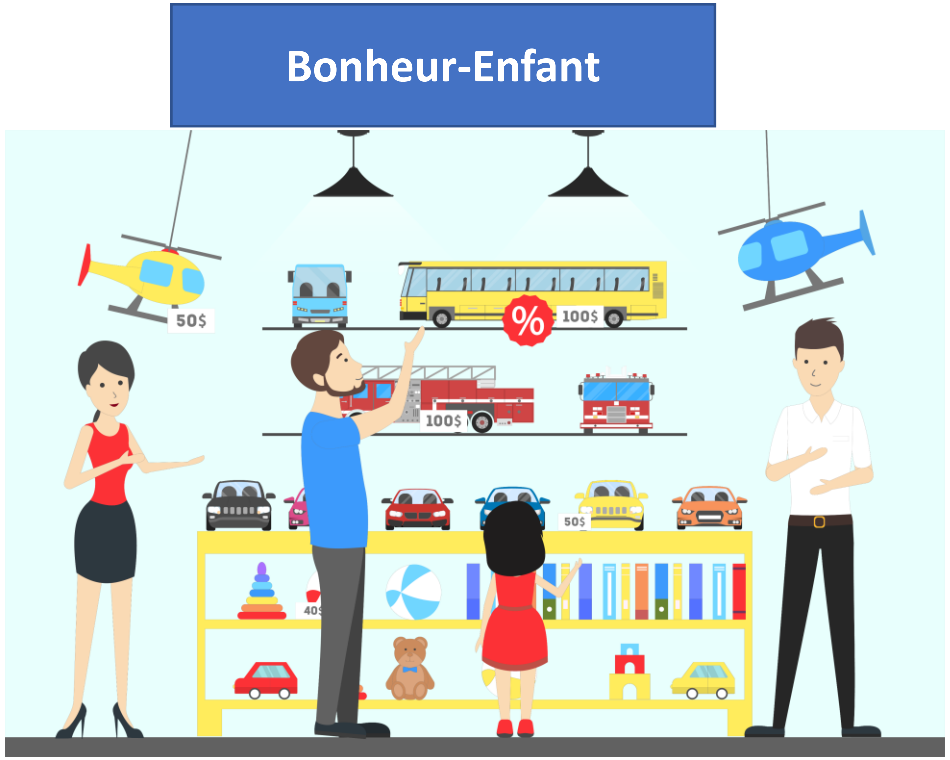
Où

t : le temps en année

$t = 0$: début de l'année prochaine

Dans combien d'années , le magasin atteindrait-il- 44 % des ventes de jouets en ligne ?

$$t = ? \text{ telle que } P(t) = 44 \qquad (\text{avec } 0 \leq t \leq 5)$$



Exemple introductif

Le pourcentage des ventes de jouets en ligne pour les cinq prochaines années, à partir du début de l'année prochaine :

$$P(t) = 6e^{\frac{t}{2}} \quad , \ \text{avec } 0 \le t \le 5$$

Où

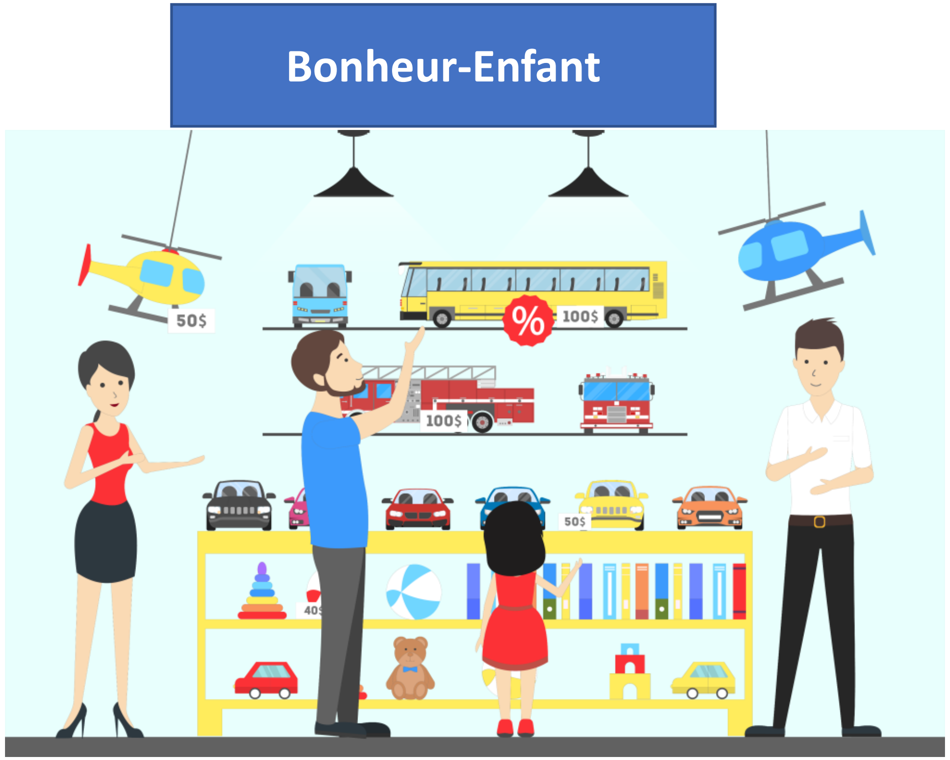
t : le temps en année

$t = 0$: début de l'année prochaine

Dans combien d'années , le magasin atteindrait-il- 44 % des ventes de jouets en ligne ?

$$t = ? \ \text{telle que } P(t) = 44 \qquad (\text{avec } 0 \le t \le 5)$$

Comment résoudre l'équation $6e^{\frac{t}{2}} = 44 \qquad (\text{avec } 0 \le t \le 5)$



Définition du logarithme

Définition :

Soit $a \in]0\,,\infty[$ et $a \neq 1.$

Définition du logarithme

Définition :

Soit $a \in]0\,,\infty[$ et $a \neq 1.$

Le *logarithme* en base a de M ($\boldsymbol{M > 0}$), noté $log_a M$, est défini par l'équivalence suivante

Définition du logarithme

Définition :

Soit $a \in]0\,,\infty[$ et $a \neq 1$.

Le *logarithme* en base a de M ($\boldsymbol{M > 0}$), noté $\log_a M$, est défini par l'équivalence suivante :

$$\boldsymbol{log_a M = K \Leftrightarrow a^K = M}$$

Définition du logarithme

Définition :

Soit $a \in]0, \infty[$ et $a \neq 1$.

Le *logarithme* en base a de M ($M > 0$), noté $log_a M$, est défini par l'équivalence suivante :

$$log_a M = K \Leftrightarrow a^K = M$$

Remarques.

- Généralement, la base **10** et la base ***e*** (la base népérienne) sont les plus utilisées.

Définition du logarithme

Définition :

Soit $a \in \left]0\,,\infty\right[$ et $a \neq 1.$

Le *logarithme* en base a de M ($\boldsymbol{M > 0}$), noté $log_a M$, est défini par l'équivalence suivante :

$$\boldsymbol{log_a M = K \Leftrightarrow a^K = M}$$

Remarques.

- Généralement, la base **10** et la base ***e*** (la base népérienne) sont les plus utilisées.
- Le logarithme de base 10 : logarithme décimal ou logarithme vulgaire

Définition du logarithme

Définition :

Soit $a \in \left]0\,,\infty\right[$ et $a \neq 1.$

Le *logarithme* en base a de M $(\boldsymbol{M > 0})$, noté $log_a M$, est défini par l'équivalence suivante :

$$\boldsymbol{log_a M = K \Leftrightarrow a^K = M}$$

Remarques.

- Généralement, la base **10** et la base $\boldsymbol{e}$ (la base népérienne) sont les plus utilisées.
- Le logarithme de base **10** : logarithme décimal ou logarithme vulgaire
- Le logarithme de base népérienne «$\boldsymbol{e}$»: logarithme népérien ou logarithme naturel

Définition du logarithme

<u>Définition</u> :

Soit $a \in]0\,,\infty[$ et $a \neq 1$. Le *<u>logarithme</u>* en base a de M ($\boldsymbol{M > 0}$), noté $log_a M$, est défini par l'équivalence suivante :

$$\boldsymbol{log_a M = K \Leftrightarrow a^K = M}$$

Remarques.

- Généralement, la base **10** et la base ***e*** (la base népérienne) sont les plus utilisées.
- Le logarithme de base 10 : logarithme décimal ou logarithme vulgaire
- Le logarithme de base népérienne: logarithme népérien ou logarithme naturel
- On note ***log*** : le logarithme de base **10** et **ln** : le logarithme de base népérienne (***e***)

Définition du logarithme

Définition :

Soit $a \in]0, \infty[$ et $a \neq 1$. Le *logarithme* en base a de M $(\boldsymbol{M > 0})$, noté $log_a M$, est défini par l'équivalence suivante :

$$\boldsymbol{log_a M = K \Leftrightarrow a^K = M}$$

Remarques.

- Généralement, la base **10** et la base ***e*** (la base népérienne) sont les plus utilisées.
- Le logarithme de base 10 : logarithme décimal ou logarithme vulgaire
- Le logarithme de base népérienne: logarithme népérien ou logarithme naturel
- On note ***log*** : le logarithme de base **10** et **ln** : le logarithme de base népérienne (***e***)

Définition du logarithme

Définition :

Soit $a \in]0\,,\infty[$ et $a \neq 1$. Le *logarithme* en base a de M ($\boldsymbol{M > 0}$), noté $log_a M$, est défini par l'équivalence suivante :

$$\boldsymbol{log_a M = K \Leftrightarrow a^K = M}$$

Remarques.

- Généralement, la base **10** et la base ***e*** (la base népérienne) sont les plus utilisées.
- Le logarithme de base 10 : logarithme décimal ou logarithme vulgaire
- Le logarithme de base népérienne: logarithme népérien ou logarithme naturel
- On note ***log*** : le logarithme de base **10** et **ln** : le logarithme de base népérienne (***e***)

$$\log_a M$$

Définition du logarithme

<u>**Définition**</u> **:**

Soit $a \in]0\,,\infty[$ et $a \neq 1$. Le *<u>logarithme</u>* en base a de M ($\boldsymbol{M > 0}$), noté $log_a M$, est défini par l'équivalence suivante :

$$\boldsymbol{log_a M = K \Leftrightarrow a^K = M}$$

Remarques.

- Généralement, la base **10** et la base ***e*** (la base népérienne) sont les plus utilisées.
- Le logarithme de base 10 : logarithme décimal ou logarithme vulgaire
- Le logarithme de base népérienne: logarithme népérien ou logarithme naturel
- On note ***log*** : le logarithme de base **10** et **ln** : le logarithme de base népérienne (***e***)

$$\log_a M = K$$

Définition du logarithme

Définition :

Soit $a \in]0, \infty[$ et $a \neq 1$. Le *logarithme* en base a de M ($M > 0$), noté $log_a M$, est défini par l'équivalence suivante :

$$\boldsymbol{log_a M = K \Leftrightarrow a^K = M}$$

Remarques.

- Généralement, la base **10** et la base ***e*** (la base népérienne) sont les plus utilisées.
- Le logarithme de base 10 : logarithme décimal ou logarithme vulgaire
- Le logarithme de base népérienne: logarithme népérien ou logarithme naturel
- On note ***log*** : le logarithme de base **10** et **ln** : le logarithme de base népérienne (***e***)

$$\log_a M = K$$

Définition du logarithme

<u>Définition</u> :

Soit $a \in]0\,,\infty[$ et $a \neq 1$. Le *<u>logarithme</u>* en base a de M ($\boldsymbol{M > 0}$), noté $log_a M$, est défini par l'équivalence suivante :

$$\boldsymbol{log_a M = K \Leftrightarrow a^K = M}$$

Remarques.

- Généralement, la base **10** et la base ***e*** (la base népérienne) sont les plus utilisées.
- Le logarithme de base 10 : logarithme décimal ou logarithme vulgaire
- Le logarithme de base népérienne: logarithme népérien ou logarithme naturel
- On note ***log*** : le logarithme de base **10** et **ln** : le logarithme de base népérienne (***e***)

$$\log_a M = K$$

Définition du logarithme

Définition :

Soit $a \in]0\,,\infty[$ et $a \neq 1$. Le *logarithme* en base a de M ($\boldsymbol{M > 0}$), noté $log_a M$, est défini par l'équivalence suivante :

$$\boldsymbol{log_a M = K \Leftrightarrow a^K = M}$$

Remarques.

- Généralement, la base **10** et la base ***e*** (la base népérienne) sont les plus utilisées.
- Le logarithme de base 10 : logarithme décimal ou logarithme vulgaire
- Le logarithme de base népérienne: logarithme népérien ou logarithme naturel
- On note ***log*** : le logarithme de base **10** et **ln** : le logarithme de base népérienne (***e***)

$$\log_a M = K \Leftrightarrow a^K = M$$

Définition du logarithme

Définition :

Soit $a \in]0 , \infty[$ et $a \neq 1$. Le *logarithme* en base a de M ($M > 0$), noté $\log_a M$, est défini par l'équivalence suivante :

$$\boldsymbol{\log_a M = K \Leftrightarrow a^K = M}$$

Remarques.

- Généralement, la base **10** et la base ***e*** (la base népérienne) sont les plus utilisées.
- Le logarithme de base 10 : logarithme décimal ou logarithme vulgaire
- Le logarithme de base népérienne: logarithme népérien ou logarithme naturel
- On note ***log*** : le logarithme de base **10** et **ln** : le logarithme de base népérienne (***e***)

$$\log_a M = K \quad \Leftrightarrow a^K = M$$

$$\log M = \log_{10} M = K$$

Définition du logarithme

Définition :

Soit $a \in]0\,,\infty[$ et $a \neq 1$. Le *logarithme* en base a de M ($\boldsymbol{M > 0}$), noté $\log_a M$, est défini par l'équivalence suivante :

$$\boldsymbol{\log_a M = K \Leftrightarrow a^K = M}$$

Remarques.

- Généralement, la base **10** et la base ***e*** (la base népérienne) sont les plus utilisées.
- Le logarithme de base 10 : logarithme décimal ou logarithme vulgaire
- Le logarithme de base népérienne: logarithme népérien ou logarithme naturel
- On note ***log*** : le logarithme de base **10** et **ln** : le logarithme de base népérienne (***e***)

$$\log_a M = K \Leftrightarrow a^K = M$$

$$\log M = \log_{10} M = K \Leftrightarrow 10^K = M$$

Définition du logarithme

<u>Définition</u> :

Soit $a \in]0\,,\infty[$ et $a \neq 1$. Le *<u>logarithme</u>* en base a de M ($\boldsymbol{M > 0}$), noté $log_a M$, est défini par l'équivalence suivante :

$$\boldsymbol{log_a M = K \Leftrightarrow a^K = M}$$

Remarques.

- Généralement, la base **10** et la base ***e*** (la base népérienne) sont les plus utilisées.
- Le logarithme de base 10 : logarithme décimal ou logarithme vulgaire
- Le logarithme de base népérienne: logarithme népérien ou logarithme naturel
- On note ***log*** : le logarithme de base **10** et **ln** : le logarithme de base népérienne (***e***)

$$\log_a M = K \Leftrightarrow a^K = M$$

$$\log M = \log_{10} M = K \Leftrightarrow 10^K = M$$

$$\ln M = \log_e M = K$$

Définition du logarithme

<u>Définition</u> :

Soit $a \in]0\,,\infty[$ et $a \neq 1$. Le *<u>logarithme</u>* en base a de M ($\boldsymbol{M > 0}$), noté $log_a M$, est défini par l'équivalence suivante :

$$\boldsymbol{log_a M = K \Leftrightarrow a^K = M}$$

Remarques.

- Généralement, la base **10** et la base ***e*** (la base népérienne) sont les plus utilisées.
- Le logarithme de base 10 : logarithme décimal ou logarithme vulgaire
- Le logarithme de base népérienne: logarithme népérien ou logarithme naturel
- On note ***log*** : le logarithme de base **10** et **ln** : le logarithme de base népérienne (***e***)

$$\log_a M = K \quad \Leftrightarrow a^K = M$$

$$\log M = \log_{10} M = K \quad \Leftrightarrow 10^K$$

$$\ln M = \log_e M = K \quad \Leftrightarrow e^K = M$$

Exemples résolus

Exemple Résoudre les équations suivantes

$a)\ \log_3 27 = x$

$b)\ \log_x (36) = 2$

$c)\ \log_{27} x = \frac{4}{3}$

$d)\ \log_{20}(\frac{1}{400}) = x$

Exemples résolus

Exemple Résoudre les équations suivantes

$a)\ \log_3 27 = x \quad \Leftrightarrow 3^x = 27$

Rappel, pour $a \in]0\,,\infty[0\,,\ a \neq 1\ et\ M > 0$

$\log_a M = K \Leftrightarrow a^K = M$

Exemples résolus

Exemple Résoudre les équations suivantes

$a)\ \log_3 27 = x \quad \Leftrightarrow 3^{x} = 27$

Rappel, pour $a \in]0, \infty[0, \ a \neq 1 \ et \ M > 0$

$$\log_a M = K \Leftrightarrow a^K = M$$

$\Leftrightarrow 3^{x} = 3^3$

Ramener les deux membres de l'égalité, si possible, à une base commune.

Exemples résolus

Exemple Résoudre les équations suivantes

$a)\ \log_3 27 = x \quad \Leftrightarrow 3^x = 27$

Rappel, pour $a \in]0, \infty[0, \quad a \neq 1 \ \ et \ \ M > 0$

$$\log_a M = K \Leftrightarrow a^K = M$$

$\Leftrightarrow 3^x = 3^3$

Ramener les deux membres de l'égalité, si possible, à une base commune.

$\Leftrightarrow x = 3$

$$a^u = a^v \Leftrightarrow u = v$$

Exemples résolus

Exemple Résoudre les équations suivantes

$a)\ \log_3 27 = x \quad \Leftrightarrow 3^{x} = 27$

Rappel, pour $a \in]0, \infty[0$, $a \neq 1$ et $M > 0$

$\log_a M = K \Leftrightarrow a^K = M$

$\Leftrightarrow 3^{x} = 3^3$

Ramener les deux membres de l'égalité, si possible, à une base commune.

$\Leftrightarrow x = 3$

$a^u = a^v \Leftrightarrow u = v$

L'ensemble solution : $S = \{3\}$

Exemples résolus

Exemple Résoudre les équations suivantes

$b)\ \log_x(36) = 2 \quad \Leftrightarrow x^2 = 36$

Rappel, pour $a \in]0\,,\infty[0\,,\ a \neq 1\ et\ M > 0$

$$\log_a M = K \Leftrightarrow a^K = M$$

Exemples résolus

Exemple Résoudre les équations suivantes

$b)\ \log_x(36) = 2 \quad \Leftrightarrow x^2 = 36$

Rappel, pour $a \in]0,\infty[0,\ a \neq 1\ et\ M > 0$

$$\log_a M = K \Leftrightarrow a^K = M$$

$$\Leftrightarrow x = \pm\sqrt{36}$$

Exemples résolus

Exemple Résoudre les équations suivantes

$b)\ \log_x(36) = 2 \quad \Leftrightarrow x^2 = 36$

Rappel, pour $a \in \,]0\,,\infty[\,0\,,\ a \neq 1\ et\ M > 0$

$$\log_a M = K \Leftrightarrow a^K = M$$

$$\Leftrightarrow x = \pm\sqrt{36}$$

$$\Leftrightarrow x = -6 \text{ ou } x = 6$$

Exemples résolus

Exemple Résoudre les équations suivantes

$b)\ \log_x(36) = 2 \quad \Leftrightarrow x^2 = 36$

Rappel, pour $a \in]0, \infty[$, $a \neq 1$ et $M > 0$

$$\log_a M = K \Leftrightarrow a^K = M$$

$$\Leftrightarrow x = \pm\sqrt{36}$$

$$\Leftrightarrow x = -6 \text{ ou } x = 6$$

Attention!
Dans cet exemple, l'inconnue x est la base du logarithme. Donc,

$x > 0$ et $x \neq 1$

Exemples résolus

Exemple Résoudre les équations suivantes

Rappel, pour $a \in]0,\infty[0$, $a \neq 1$ et $M > 0$

$$\log_a M = K \Leftrightarrow a^K = M$$

$b)$ $\log_x(36) = 2$ $\Leftrightarrow x^2 = 36$

$\Leftrightarrow x = \pm\sqrt{36}$

$\Leftrightarrow x = -6 \text{ ou } x = 6 \Rightarrow x = -6$ n'est pas une solution de l'équation logarithmique.

Attention!

Dans cet exemple, l'inconnue x est la base du logarithme. Donc,

$x > 0$ et $x \neq 1$

Exemples résolus

Exemple Résoudre les équations suivantes

$b)$ $\log_x(36) = 2$ $\Leftrightarrow x^2 = 36$

Rappel, pour $a \in]0, \infty[0$, $a \neq 1$ et $M > 0$

$$\log_a M = K \Leftrightarrow a^K = M$$

$\Leftrightarrow x = \pm\sqrt{36}$

$\Leftrightarrow x = -6 \text{ ou } x = 6 \Rightarrow x = -6$ n'est pas une solution de l'équation logarithmique.

Attention!
Dans cet exemple, l'inconnue x est la base du logarithme. Donc,

$x > 0$ et $x \neq 1$

L'ensemble solution : $S = \{6\}$

Exemples résolus

Exemple Résoudre les équations suivantes

$c)\ \log_{27} x = \frac{4}{3} \quad \Leftrightarrow (27)^{\frac{4}{3}} \quad = x$

Rappel, pour $a \in \left]0, \infty\right[$, $a \neq 1$ et $M > 0$

$\log_a M = K \quad \Leftrightarrow a^K = M$

Exemples résolus

Exemple Résoudre les équations suivantes

$c)\ \log_{27} x = \frac{4}{3} \quad \Leftrightarrow (27)^{\frac{4}{3}} = x$

Rappel, pour $a \in]0\,,\infty[0\,,\ a \neq 1\ et\ M > 0$

$\log_a M = K \Leftrightarrow a^K = M$

$\Leftrightarrow \left(\sqrt[3]{27}\right)^4 = x$

Si la racine n^e existe,

$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} = \left(\sqrt[n]{a}\right)^m$

Exemples résolus

Exemple Résoudre les équations suivantes

c) $\log_{27} x = \dfrac{4}{3} \Leftrightarrow (27)^{\frac{4}{3}} = x$

Rappel, pour $a \in]0, \infty[0$, $a \neq 1$ et $M > 0$

$$\log_a M = K \Leftrightarrow a^K = M$$

$$\Leftrightarrow \left(\sqrt[3]{27}\right)^4 = x$$

Si la racine n^e existe,

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} = \left(\sqrt[n]{a}\right)^m$$

$$\Leftrightarrow 3^4 = x$$

$$\Leftrightarrow 81 = x$$

Exemples résolus

Exemple Résoudre les équations suivantes

$c)\ \log_{27} x = \frac{4}{3} \quad \Leftrightarrow (27)^{\frac{4}{3}} = x$

Rappel, pour $a \in]0,\infty[0,\ a \neq 1\ et\ M > 0$

$$\log_a M = K \Leftrightarrow a^K = M$$

$$\Leftrightarrow \left(\sqrt[3]{27}\right)^4 = x$$

Si la racine n^e existe,

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} = \left(\sqrt[n]{a}\right)^m$$

$$\Leftrightarrow 3^4 = x$$

$$\Leftrightarrow 81 = x$$

Exemples résolus

Exemple Résoudre les équations suivantes

c) $\log_{27} x = \frac{4}{3} \Leftrightarrow (27)^{\frac{4}{3}} = x$

Rappel, pour $a \in]0,\infty[0, \ a \neq 1 \ et \ M > 0$

$\log_a M = K \Leftrightarrow a^K = M$

$\Leftrightarrow \left(\sqrt[3]{27}\right)^4 = x$

Si la racine n^e existe,

$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} = \left(\sqrt[n]{a}\right)^m$

$\Leftrightarrow 3^4 = x$

$\Leftrightarrow 81 = x$

L'ensemble solution : $S = \{81\}$

Exemples résolus

Exemple Résoudre les équations suivantes

$d)\ \log_{20}(\frac{1}{400}) = x \Leftrightarrow 20^{x} = \frac{1}{400}$

Rappel, pour $a \in]0,\infty[0,\ a \neq 1\ et\ M > 0$

$\log_a M = K \Leftrightarrow a^K = M$

Exemples résolus

Exemple Résoudre les équations suivantes

$d)\ \log_{20}(\frac{1}{400}) = x \Leftrightarrow 20^{x} = \frac{1}{400}$

Rappel, pour $a \in]0,\infty[0,\ a \neq 1\ et\ M > 0$

$\log_a M = K \Leftrightarrow a^K = M$

$\Leftrightarrow 20^{x} = 20^{-2}$

Ramener les deux membres de l'égalité, si possible, à une base commune.

Exemples résolus

Exemple Résoudre les équations suivantes

$$d)\ \log_{20}\left(\frac{1}{400}\right) = x \Leftrightarrow 20^{x} = \frac{1}{400}$$

Rappel, pour $a \in]0,\infty[0,\ a \neq 1\ et\ M > 0$

$$\log_{a} M = K \Leftrightarrow a^{K} = M$$

$$\Leftrightarrow 20^{x} = 20^{-2}$$

Ramener les deux membres de l'égalité, si possible, à une base commune.

$$\Leftrightarrow x = -2$$

$$a^{u} = a^{v} \Leftrightarrow u = v$$

Exemples résolus

Exemple Résoudre les équations suivantes

$$d)\ \log_{20}\left(\frac{1}{400}\right) = x \Leftrightarrow 20^{x} = \frac{1}{400}$$

Rappel, pour $a \in]0, \infty[0$, $a \neq 1$ et $M > 0$

$$\log_{a} M = K \Leftrightarrow a^{K} = M$$

$$\Leftrightarrow 20^{x} = 20^{-2}$$

Ramener les deux membres de l'égalité, si possible, à une base commune.

$$\Leftrightarrow x = -2$$

$$a^{u} = a^{v} \Leftrightarrow u = v$$

L'ensemble solution : $S = \{-2\}$

Lois (propriétés) des logarithmes

Logarithme d'un produit: propriété très utile

$$\log_a(MN) = \log_a(M) + \log_a(N), \text{ avec } a,\ M, N \in \mathbb{R} \text{ et } M > 0, N > 0,\ a > 0 \text{ et } a \neq 1$$

Lois (propriétés) des logarithmes

Propriétés (lois) des logarithmes

Soit $a,\ b, M, N, p\ \in \mathbb{R}$ avec $a > 0,\ b > 0,\ M > 0,\ N > 0$ et $a \neq 1$ et $b \neq 1$

1) $\log_a(MN) = \log_a(M) + \log_a(N)$	

Lois (propriétés) des logarithmes

Propriétés (lois) des logarithmes

Soit $a,\ b, M, N, p\ \in \mathbb{R}$ avec $a > 0,\ b > 0,\ M > 0,\ N > 0$ et $a \neq 1$ et $b \neq 1$

1) $\log_a(MN) = \log_a(M) + \log_a(N)$	2) $\log_a(\frac{M}{N}) = \log_a(M) - \log_a(N)$

Lois (propriétés) des logarithmes

Propriétés (lois) des logarithmes

Soit $a,\ b, M, N, p\ \in \mathbb{R}$ avec $a > 0,\ b > 0,\ M > 0,\ N > 0$ et $a \neq 1$ et $b \neq 1$

1) $\log_a(MN) = \log_a(M) + \log_a(N)$	2) $\log_a(\frac{M}{N}) = \log_a(M) - \log_a(N)$
3) $\log_a(M^p) = p\log_a(M)$	

Lois (propriétés) des logarithmes

Propriétés (lois) des logarithmes

Soit $a,\ b, M, N, p \in \mathbb{R}$ avec $a > 0,\ b > 0,\ M > 0,\ N > 0$ et $a \neq 1$ et $b \neq 1$

1) $\log_a(MN) = \log_a(M) + \log_a(N)$	2) $\log_a(\frac{M}{N}) = \log_a(M) - \log_a(N)$
3) $\log_a(M^p) = p\log_a(M)$	4) $\log_a(\frac{1}{N}) = -\log_a(N)$

Lois (propriétés) des logarithmes

Propriétés (lois) des logarithmes

Soit $a,\ b, M, N, p\ \in \mathbb{R}$ avec $a > 0,\ b > 0,\ M > 0,\ N > 0$ et $a \neq 1$ et $b \neq 1$

1) $\log_a(MN) = \log_a(M) + \log_a(N)$	2) $\log_a(\frac{M}{N}) = \log_a(M) - \log_a(N)$
3) $\log_a(M^p) = p\log_a(M)$	4) $\log_a(\frac{1}{N}) = -\log_a(N)$
5) $\log_a(1) = 0$ En effet, $a^0 = 1$	

Lois (propriétés) des logarithmes

Propriétés (lois) des logarithmes

Soit $a,\ b, M, N, p\ \in \mathbb{R}$ avec $a > 0,\ b > 0,\ M > 0,\ N > 0$ et $a \neq 1$ et $b \neq 1$

1) $\log_a(MN) = \log_a(M) + \log_a(N)$	2) $\log_a(\frac{M}{N}) = \log_a(M) - \log_a(N)$
3) $\log_a(M^p) = p\log_a(M)$	4) $\log_a(\frac{1}{N}) = -\log_a(N)$
5) $\log_a(1) = 0$ En effet, $a^0 = 1$	6) $\log_a(a) = 1$ En effet, $a^1 = a$

Lois (propriétés) des logarithmes

Propriétés (lois) des logarithmes

Soit $a,\ b, M, N, p \in \mathbb{R}$ avec $a > 0,\ b > 0,\ M > 0,\ N > 0$ et $a \neq 1$ et $b \neq 1$

1) $\log_a(MN) = \log_a(M) + \log_a(N)$	2) $\log_a(\frac{M}{N}) = \log_a(M) - \log_a(N)$
3) $\log_a(M^p) = p\log_a(M)$	4) $\log_a(\frac{1}{N}) = -\log_a(N)$
5) $\log_a(1) = 0$ En effet, $a^0 = 1$	6) $\log_a(a) = 1$ En effet, $a^1 = a$
7) $\log_a M = \dfrac{\log_b M}{\log_b a}$	

Lois (propriétés) des logarithmes

Propriétés (lois) des logarithmes

Soit $a,\ b, M, N, p\ \in \mathbb{R}$ avec $a > 0,\ b > 0,\ M > 0,\ N > 0$ et $a \neq 1$ et $b \neq 1$

1) $\log_a(MN) = \log_a(M) + \log_a(N)$	2) $\log_a(\frac{M}{N}) = \log_a(M) - \log_a(N)$
3) $\log_a(M^p) = p\log_a(M)$	4) $\log_a(\frac{1}{N}) = -\log_a(N)$
5) $\log_a(1) = 0$ En effet, $a^0 = 1$	6) $\log_a(a) = 1$ En effet, $a^1 = a$
7) $\log_a M = \dfrac{\log_b M}{\log_b a}$	8) $\log_a M = \dfrac{\ln M}{\ln a}$

Lois (propriétés) des logarithmes

Propriétés (lois) des logarithmes

Soit $a,\ b, M, N, p \in \mathbb{R}$ avec $a > 0,\ b > 0,\ M > 0,\ N > 0$ et $a \neq 1$ et $b \neq 1$

1) $\log_a(MN) = \log_a(M) + \log_a(N)$	2) $\log_a(\frac{M}{N}) = \log_a(M) - \log_a(N)$
3) $\log_a(M^p) = p\log_a(M)$	4) $\log_a(\frac{1}{N}) = -\log_a(N)$
5) $\log_a(1) = 0$ En effet, $a^0 = 1$	6) $\log_a(a) = 1$ En effet, $a^1 = a$
7) $\log_a M = \dfrac{\log_b M}{\log_b a}$	8) $\log_a M = \dfrac{\ln M}{\ln a}$
9) $\log_a a^M = M,\ \forall M \in \mathbb{R}$	

Lois (propriétés) des logarithmes

Propriétés (lois) des logarithmes

Soit $a,\ b, M, N, p\ \in \mathbb{R}$ avec $a>0,\ b>0,\ M>0,\ N>0$ et $a\neq 1$ et $b\neq 1$

1) $\log_a(MN)=\log_a(M)+\log_a(N)$	2) $\log_a(\frac{M}{N})=\log_a(M)-\log_a(N)$
3) $\log_a(M^p)=p\log_a(M)$	4) $\log_a(\frac{1}{N})=-\log_a(N)$
5) $\log_a(1)=0$ En effet, $a^0=1$	6) $\log_a(a)=1$ En effet, $a^1=a$
7) $\log_a M=\dfrac{\log_b M}{\log_b a}$	8) $\log_a M=\dfrac{\ln M}{\ln a}$
9) $\log_a a^M=M,\ \forall M\in\mathbb{R}$	10) $a^{\log_a(M)}=M,\quad \forall M>0$

Exemples résolus

Exemple Écrire, si possible, les expressions suivantes en fonction de $\log_2 5$, $\ln 2$, $\ln 3$ et $\ln 5$.

$a)\ \ln\left(\dfrac{1}{2}\right)$

$b)\ \ln\left(\dfrac{9}{8}\right)$

$c)\ \log_2 10$

Exemples résolus

Exemple Écrire, si possible, les expressions suivantes en fonction de $\log_2 5$, $\ln 2$, $\ln 3$ et $\ln 5$.

$a) \ln\left(\dfrac{1}{2}\right)$

$$\ln\left(\frac{1}{N}\right) = -\ln(N)$$

Exemples résolus

Exemple Écrire, si possible, les expressions suivantes en fonction de $\log_2 5$, $\ln 2$, $\ln 3$ et $\ln 5$.

$a)\ln\left(\dfrac{1}{2}\right) = -\ln(2)$

$$\ln\left(\frac{1}{N}\right) = -\ln(N)$$

Exemples résolus

Exemple Écrire, si possible, les expressions suivantes en fonction de $\log_2 5$, $\ln 2$, $\ln 3$ et $\ln 5$.

$a)\ln\left(\frac{1}{2}\right) = -\ln(2)$

$$\ln\left(\frac{1}{N}\right) = -\ln(N)$$

Exemples résolus

Exemple Écrire, si possible, les expressions suivantes en fonction de $\log_2 5$, $\ln 2$, $\ln 3$ et $\ln 5$.

$$b)\ln\left(\frac{9}{8}\right)$$

$$\ln\left(\frac{M}{N}\right) = \ln(M) - \ln(N)$$

Exemples résolus

Exemple Écrire, si possible, les expressions suivantes en fonction de $\log_2 5$, $\ln 2$, $\ln 3$ et $\ln 5$.

$$b)\ \ln\left(\frac{9}{8}\right) = \ln(9) - \ln(8)$$

$$\ln\left(\frac{M}{N}\right) = \ln(M) - \ln(N)$$

Exemples résolus

Exemple Écrire, si possible, les expressions suivantes en fonction de $\log_2 5$, $\ln 2$, $\ln 3$ et $\ln 5$.

$$b)\ln\left(\frac{9}{8}\right) = \ln(9) - \ln(8)$$

$$= \ln(3^2) - \ln(2^3)$$

$$\ln\left(\frac{M}{N}\right) = \ln(M) - \ln(N)$$

Exemples résolus

Exemple Écrire, si possible, les expressions suivantes en fonction de $\log_2 5$, $\ln 2$, $\ln 3$ et $\ln 5$.

$$b)\ \ln\left(\frac{9}{8}\right) = \ln(9) - \ln(8)$$

$$= \ln(3^2) - \ln(2^3)$$

$$= 2\ln(3) - 3\ln(2)$$

$$\ln\left(\frac{M}{N}\right) = \ln(M) - \ln(N)$$

$$\ln\left(M^k\right) = k\ln(M)$$

Exemples résolus

Exemple Écrire, si possible, les expressions suivantes en fonction de $\log_2 5$, $\ln 2$, $\ln 3$ et $\ln 5$.

$$b)\ \ln\left(\frac{9}{8}\right) = \ln(9) - \ln(8)$$

$$= \ln(3^2) - \ln(2^3)$$

$$= 2\ln(3) - 3\ln(2)$$

$$\ln\left(\frac{M}{N}\right) = \ln(M) - \ln(N)$$

$$\ln\left(M^k\right) = k\ln(M)$$

Exemples résolus

Exemple Écrire, si possible, les expressions suivantes en fonction de $\log_2 5$, $\ln 2$, $\ln 3$ et $\ln 5$.

$$c)\log_2 10 \;= \log_2(2\times 5)$$

Exemples résolus

Exemple Écrire, si possible, les expressions suivantes en fonction de $\log_2 5$, $\ln 2$, $\ln 3$ et $\ln 5$.

$$c)\log_2 10 = \log_2(2\times 5)$$

$$= \log_2(2) + \log_2(5)$$

$$\boxed{\log_a(MN) = \log_a(M) + \log_a(N)}$$

Exemples résolus

Exemple Écrire, si possible, les expressions suivantes en fonction de $\log_2 5$, $\ln 2$, $\ln 3$ et $\ln 5$.

$$c)\log_2 10 = \log_2(2\times 5)$$

$$= \log_2(2) + \log_2(5)$$

$$\boxed{\log_a(MN) = \log_a(M) + \log_a(N)}$$

$$= 1 + \log_2(5)$$

$$\boxed{\log_a(a) = 1}$$

Exemples résolus

Exemple Écrire, si possible, les expressions suivantes en fonction de $\log_2 5$, $\ln 2$, $\ln 3$ et $\ln 5$.

$$c)\log_2 10 = \log_2(2\times 5)$$

$$= \log_2(2) + \log_2(5)$$

$$\boxed{\log_a(MN) = \log_a(M) + \log_a(N)}$$

$$= 1 + \log_2(5)$$

$$\boxed{\log_a(a) = 1}$$

Exemples résolus

Exemple Écrire, si possible, les expressions suivantes en fonction de $\log_2 5$, $\ln 2$, $\ln 3$ et $\ln 5$.

$$c)\ \log_2 10 = \log_2(2\times 5)$$

$$= \log_2(2) + \log_2(5)$$

$\log_a(MN) = \log_a(M) + \log_a(N)$

$$= 1 + \log_2(5)$$

$\log_a(a) = 1$

$$= 1 + \frac{\ln(5)}{\ln(2)}$$

$\log_a M = \dfrac{\ln M}{\ln a}$ avec $a = 2$, $b = e$

Exemples résolus

Exemple Écrire, si possible, les expressions suivantes en fonction de $\log_2 5$, $\ln 2$, $\ln 3$ et $\ln 5$.

$$c)\log_2 10 = \log_2(2\times 5)$$

$$= \log_2(2) + \log_2(5) \qquad \boxed{\log_a(MN) = \log_a(M) + \log_a(N)}$$

$$= 1 + \log_2(5) \qquad \boxed{\log_a(a) = 1}$$

$$= 1 + \frac{\ln(5)}{\ln(2)} \qquad \boxed{\log_a M = \frac{\ln M}{\ln a} \text{ avec } a = 2 \text{ , } b = e}$$

Exemples résolus

Exemple Écrire, si possible, les expressions suivantes en fonction de $\log_2 5$, $\ln 2$, $\ln 3$ et $\ln 5$.

$$a)\ \ln\left(\frac{1}{2}\right) = -\ln(2)$$

$$\ln\left(\frac{1}{N}\right) = -\ln(N)$$

$$b)\ \ln\left(\frac{9}{8}\right) = \ln(9) - \ln(8)$$

$$\ln\left(\frac{M}{N}\right) = \ln(M) - \ln(N)$$

$$= \ln(3^2) - \ln(2^3)$$

$$\ln\left(M^k\right) = k\ln(M)$$

$$= 2\ln(3) - 3\ln(2)$$

$$c)\ \log_2 10 = \log_2(2\times 5)$$

$$= \log_2(2) + \log_2(5)$$

$$\log_a(MN) = \log_a(M) + \log_a(N)$$

$$= 1 + \log_2(5)$$

$$\log_a(a) = 1$$

$$= 1 + \frac{\ln 5}{\ln 2}$$

$$\log_a M = \frac{\ln M}{\ln a} \text{ avec } a = 2 \text{ , } b = e$$

Définition du logarithme

Le pourcentage des ventes de jouets en ligne pour les cinq prochaines années, à partir du début de l'année prochaine :

$$P(t) = 6e^{\frac{t}{2}} \quad , \text{ avec } 0 \leq t \leq 5$$

Où

t : le temps en année

$t = 0$: début de l'année prochaine

Dans combien d'années , le magasin atteindrait-il 44 % des ventes de jouets en ligne ?

$$t = ? \text{ telle que } P(t) = 44 \qquad (\text{avec } 0 \leq t \leq 5)$$

Comment résoudre l'équation $6e^{\frac{t}{2}} = 44 \qquad (\text{avec } 0 \leq t \leq 5)$

Bonheur-Enfant

Définition du logarithme

Le pourcentage des ventes de jouets en ligne pour les cinq prochaines années, à partir du début de l'année prochaine :

$$P(t) = 6e^{\frac{t}{2}} \quad , \text{ avec } 0 \le t \le 5$$

Où

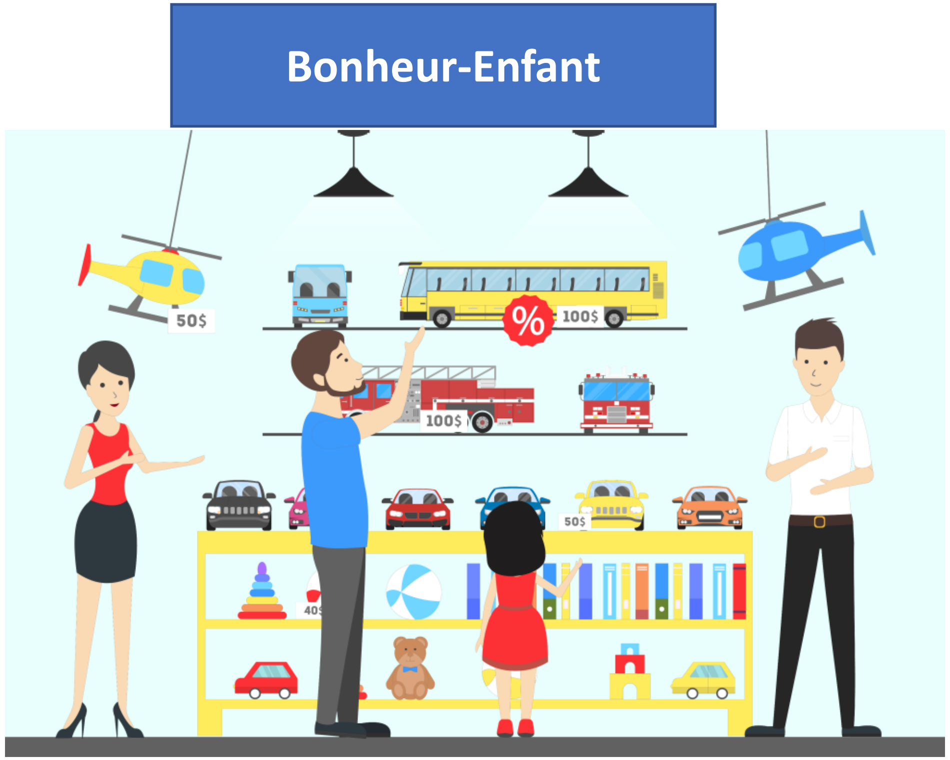
t : le temps en année

$t = 0$: début de l'année prochaine

Dans combien d'années , le magasin atteindrait-il 44 % des ventes de jouets en ligne ?

$$t = ? \text{ telle que } P(t) = 44 \qquad (\text{avec } 0 \le t \le 5)$$

Comment résoudre l'équation $6e^{\frac{t}{2}} = 44 \qquad (\text{avec } 0 \le t \le 5)$



Définition du logarithme

Le pourcentage des ventes de jouets en ligne pour les cinq prochaines années, à partir du début de l'année prochaine :

$$P(t) = 6e^{\frac{t}{2}} \quad , \text{ avec } 0 \leq t \leq 5$$

Où

t : le temps en année

$t = 0$: début de l'année prochaine

Dans combien d'années , le magasin atteindrait-il 44 % des ventes de jouets en ligne ?

$$t = ? \text{ telle que } P(t) = 44 \qquad (\text{avec } 0 \leq t \leq 5)$$

Comment résoudre l'équation $6e^{\frac{t}{2}} = 44 \qquad (\text{avec } 0 \leq t \leq 5)$

Bonheur-Enfant

$$6e^{\frac{t}{2}} = 44 \quad \Leftrightarrow e^{\frac{t}{2}} = \frac{44}{6}$$

Définition du logarithme

Le pourcentage des ventes de jouets en ligne pour les cinq prochaines années, à partir du début de l'année prochaine :

$$P(t) = 6e^{\frac{t}{2}} \quad , \ \text{avec } 0 \le t \le 5$$

Où

t : le temps en année

$t = 0$: début de l'année prochaine

Dans combien d'années , le magasin atteindrait-il 44 % des ventes de jouets en ligne ?

$$t = ? \ \text{telle que } P(t) = 44 \qquad (\text{avec } 0 \le t \le 5)$$

Comment résoudre l'équation $6e^{\frac{t}{2}} = 44 \qquad (\text{avec } 0 \le t \le 5)$

Bonheur-Enfant

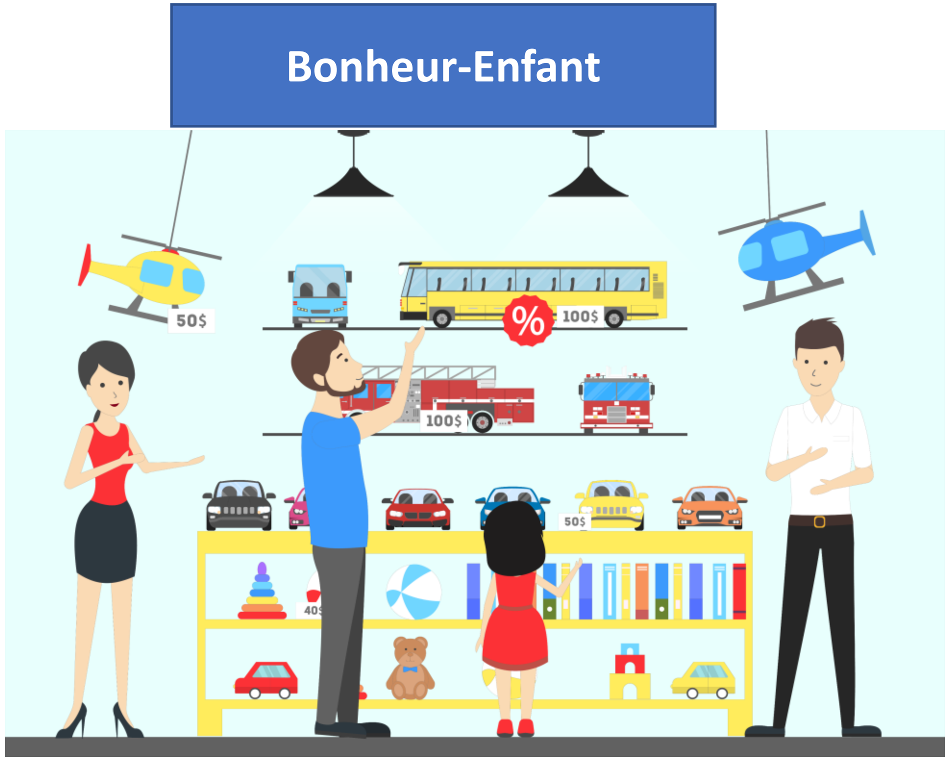
$$6e^{\frac{t}{2}} = 44 \quad \Leftrightarrow e^{\frac{t}{2}} = \frac{44}{6}$$

$$\Leftrightarrow e^{\frac{t}{2}} = \frac{22}{3}$$

Définition du logarithme

$$6e^{\frac{t}{2}} = 44 \quad \Leftrightarrow e^{\frac{t}{2}} = \frac{22}{3}$$

$$\boxed{\ln M = K \quad \Leftrightarrow e^{K} = M}$$

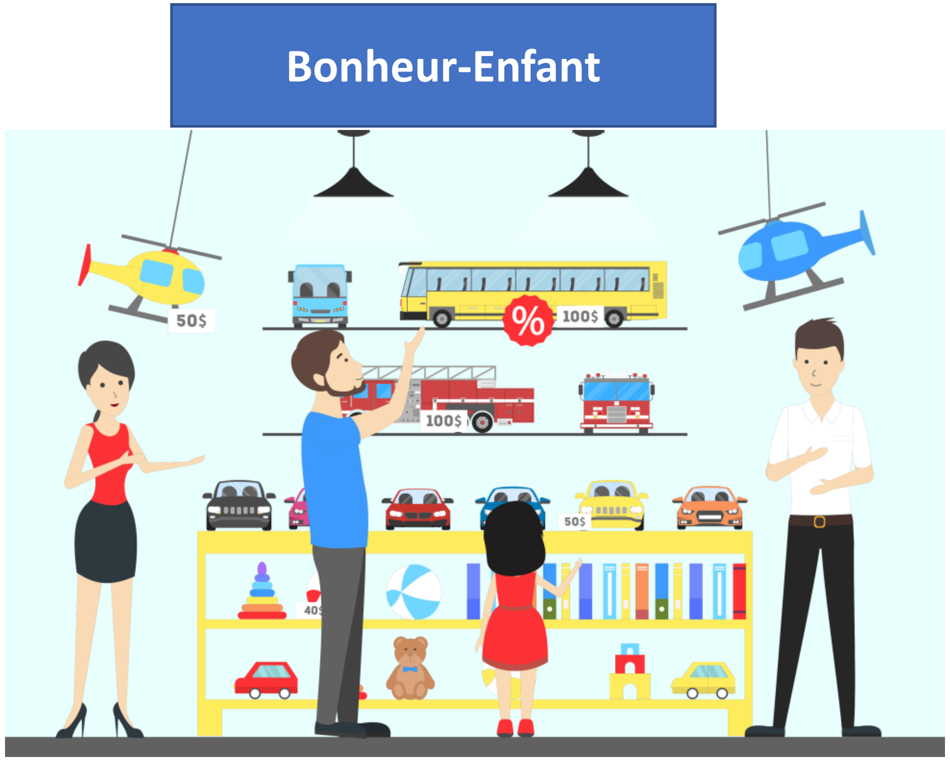


Définition du logarithme

$$6e^{\frac{t}{2}} = 44 \quad \Leftrightarrow e^{\frac{t}{2}} = \frac{22}{3}$$

$$\ln M = K \quad \Leftrightarrow e^{K} = M$$

$$e^{\frac{t}{2}} = \frac{22}{3}$$



Définition du logarithme

$$6e^{\frac{t}{2}} = 44 \quad \Leftrightarrow e^{\frac{t}{2}} = \frac{22}{3}$$

$$\ln M = K \Leftrightarrow e^{K} = M$$

$$\ln\left(\frac{22}{3}\right) = \frac{t}{2} \Leftrightarrow e^{\frac{t}{2}} = \frac{22}{3}$$

Bonheur-Enfant

Définition du logarithme

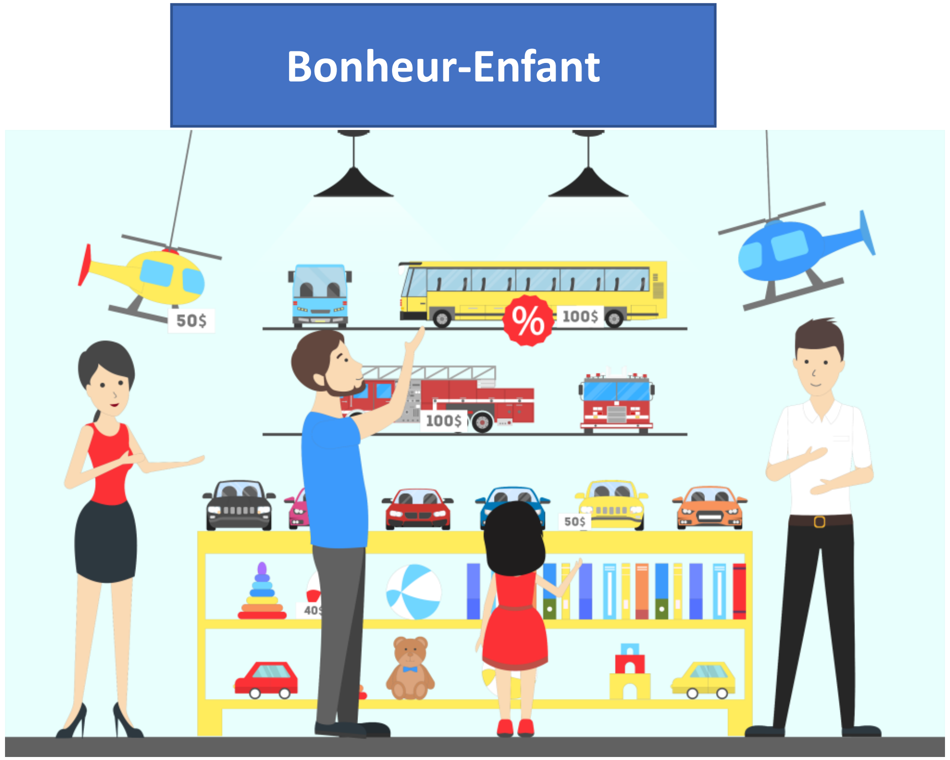
$$6e^{\frac{t}{2}} = 44 \quad \Leftrightarrow e^{\frac{t}{2}} = \frac{22}{3}$$

$$\Leftrightarrow \ln\left(\frac{22}{3}\right) = \frac{t}{2}$$

$$\Leftrightarrow t = 2\ln\left(\frac{22}{3}\right)$$

$$\ln M = K \quad \Leftrightarrow e^{K} = M$$

$$\ln\left(\frac{22}{3}\right) = \frac{t}{2} \Leftrightarrow e^{\frac{t}{2}} = \frac{22}{3}$$



Définition du logarithme

$$6e^{\frac{t}{2}} = 44 \quad \Leftrightarrow e^{\frac{t}{2}} = \frac{22}{3}$$

$$\Leftrightarrow \ln\left(\frac{22}{3}\right) = \frac{t}{2}$$

$$\Leftrightarrow t = 2\ln\left(\frac{22}{3}\right)$$

$$\Leftrightarrow t \approx 3,98486 \ \approx 4$$

$$\ln M = K \quad \Leftrightarrow e^{K} = M$$

$$\ln\left(\frac{22}{3}\right) = \frac{t}{2} \Leftrightarrow e^{\frac{t}{2}} = \frac{22}{3}$$

Le magasin attendrait 44 % de ventes de jouets en ligne dans environ quatre ans à partir de l'année de lancement des ventes en ligne.

Bonheur-Enfant

Résumé

Soit $a, b, M, N, p \in \mathbb{R}$ avec $a > 0$, $b > 0$, $M > 0$, $N > 0$ et $a \neq 1$ et $b \neq 1$

$$\log_a M = K \Leftrightarrow a^K = M$$

Résumé

Soit $a, b, M, N, p \in \mathbb{R}$ avec $a > 0$, $b > 0$, $M > 0$, $N > 0$ et $a \neq 1$ et $b \neq 1$

$$\log_a M = K \Leftrightarrow a^K = M$$

Lois des logarithmes

1) $\log_a(MN) = \log_a(M) + \log_a(N)$	2) $\log_a(\frac{M}{N}) = \log_a(M) - \log_a(N)$
3) $\log_a(M^p) = p\log_a(M)$	4) $\log_a(\frac{1}{N}) = -\log_a(N)$
5) $\log_a(1) = 0$ En effet, $a^0 = 1$	6) $\log_a(a) = 1$ En effet, $a^1 = a$
7) $\log_a M = \dfrac{\log_b M}{\log_b a}$	8) $\log_a M = \dfrac{\ln M}{\ln a}$
9) $\log_a a^M = M, \forall M \in \mathbb{R}$	10) $a^{\log_a(M)} = M, \quad \forall M > 0$

Résumé

Soit $a,\ b, M, N, p\ \in \mathbb{R}$ avec $a > 0,\ b > 0,\ M > 0,\ N > 0$ et $a \neq 1$ et $b \neq 1$

$$\log_a M = K \Leftrightarrow a^K = M$$

Lois des logarithmes

1) $\log_a(MN) = \log_a(M) + \log_a(N)$	

Résumé

Soit $a,\ b, M, N, p \in \mathbb{R}$ avec $a > 0,\ b > 0,\ M > 0,\ N > 0$ et $a \neq 1$ et $b \neq 1$

$$\log_a M = K \Leftrightarrow a^K = M$$

Lois des logarithmes

5) $\log_a(1) = 0$	

Résumé

Soit $a, b, M, N, p \in \mathbb{R}$ avec $a > 0$, $b > 0$, $M > 0$, $N > 0$ et $a \neq 1$ et $b \neq 1$

$\log_a M = K$

Lois des logarithmes

	6) $\log_a(a) = 1$

Résumé

Soit $a,\ b, M, N, p \in \mathbb{R}$ avec $a > 0,\ b > 0,\ M > 0,\ N > 0$ et $a \neq 1$ et $b \neq 1$

$$\log_a M = K \Leftrightarrow a^K = M$$

Lois des logarithmes

	8) $\log_a M = \dfrac{\ln M}{\ln a}$

Résumé

Soit $a,\ b, M, N, p\ \in \mathbb{R}$ avec $a > 0,\ b > 0,\ M > 0,\ N > 0$ et $a \neq 1$ et $b \neq 1$

$$\log_a M = K \ \Leftrightarrow a^K = M$$

Lois des logarithmes

	8) $\log_a M = \dfrac{\ln M}{\ln a} = \dfrac{\log M}{\log a}$

Résumé

Soit $a,\ b, M, N, p \in \mathbb{R}$ avec $a > 0,\ b > 0,\ M > 0,\ N > 0$ et $a \neq 1$ et $b \neq 1$

$$\log_a M = K \iff a^K = M$$

Lois des logarithmes

1) $\log_a(MN) = \log_a(M) + \log_a(N)$	2) $\log_a(\frac{M}{N}) = \log_a(M) - \log_a(N)$
3) $\log_a(M^p) = p\log_a(M)$	4) $\log_a(\frac{1}{N}) = -\log_a(N)$
5) $\log_a(1) = 0$ En effet, $a^0 = 1$	6) $\log_a(a) = 1$ En effet, $a^1 = a$
7) $\log_a M = \dfrac{\log_b M}{\log_b a}$	8) $\log_a M = \dfrac{\ln M}{\ln a}$
9) $\log_a a^M = M,\ \forall M \in \mathbb{R}$	10) $a^{\log_a(M)} = M,\ \forall M > 0$

RÉFÉRENCES

- Michèle Gingras, **Mathématique d'appoint**, 5e édition, 2015, Éditeur Chenelière éducation.
- Josée Hamel, **Mise à niveau Mathématique**, 2e édition, 2017, Éditeur Pearson (ERPI)