OPTIMISATION À L'AIDE D'EXCEL

Sommaire

En plus d'effectuer la résolution d'équations, le solveur d'Excel permet la résolution de problèmes d'optimisation de tous genres (une ou plusieurs variables, avec ou sans contraintes). La difficulté principale lors de l'utilisation du solveur se situe au niveau de la disposition de l'information dans la feuille de travail.

Optimisation sans contraintes avec le Solveur d'Excel

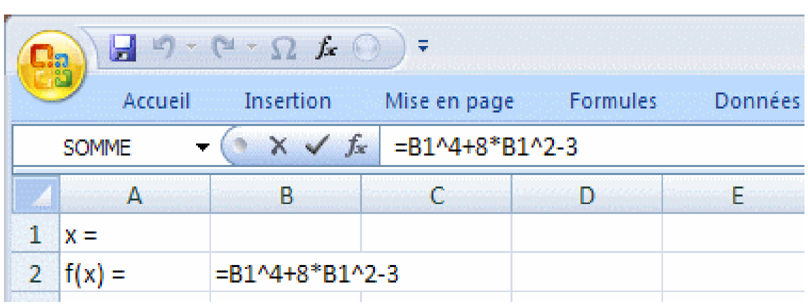
La meilleure façon d'illustrer la méthode à suivre pour résoudre un problème d'optimisation à l'aide d'Excel est de procéder à un exemple. Les étapes sont décrites en détail et varient peu d'un problème à l'autre :

Exemple

Soit la fonction $f(x) = x^4 + 8x^2 - 3$. Trouver, à l'aide d'Excel, la valeur de x qui minimise la fonction f.

Solution

Le problème d'optimisation que nous venons de définir ne possède aucune contrainte. Comme auparavant, la première étape de tout problème résolu à l'aide d'Excel consiste à assigner chacune des variables du problème à une cellule spécifique. Aussi nous devons définir l'objectif en fonction des variables.

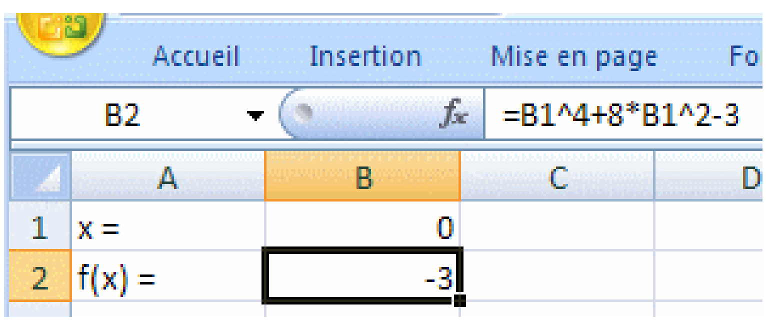


Dans l'exemple actuel, la seule variable en jeu est x que nous associons à la cellule B1. La cellule B2 contient la fonction d'objectif (en termes de la variable B1 qui remplace x). Les cellules A1 et A2, qui été identifiées x et *objectif min*, respectivement, ne servent qu'à la compréhension et à l'organisation de la feuille : ni l'une ni l'autre n'interviendra dans les équations.

Tout est prêt à la résolution. Sélectionnons donc Solveur dans le menu Outils. Une fenêtre nous est ouverte, à l'intérieur de laquelle nous inscrivons les informations décrivant le problème à résoudre :

- Cellule cible à définir : la fonction d'objectif se trouve à la cellule B2.
- Égale à : nous voulons que la fonction contenue en B2 soit minimisée.
- Cellules variables : B1 est la cellule qui contiendra la valeur de x.

En appuyant sur **Résoudre**, Excel exécutera l'opération demandée et retournera la solution suivante :



La fonction $f\ (x) = x^4 + 8x^2 - 3$ est donc minimisée par la valeur $x = 0$.

Cette même solution avait été obtenue en utilisant les techniques classiques d'optimisation (recherche de points stationnaires, détermination de leur nature, étude de courbure…)

Optimisation sous contraintes avec le Solveur d'Excel

Les règles à suivre lors de la résolution d'un problème sous contraintes sont très peu modifiées… Il s'agit à nouveau de bien disposer l'information sur une feuille Excel en prenant soin d'identifier chaque variable à une cellule spécifique et de définir correctement la fonction d'objectif. La seule nouveauté se situe au niveau de l'expression et de l'insertion des contraintes. Nous faisons appel à un exemple sous contrainte que nous avons résolu antérieurement (voir section Optimisation sous contraintes)afin d'illustrer la démarche à suivre.

Exemple

Avec exactement 2700 cm^2 de carton, nous désirons construire une boîte (largeur x, profondeur y, hauteur z) pouvant contenir un volume V. Nous exigeons que la largeur de la boîte soit le double de sa profondeur. Nous aimerions maximiser le volume que peut contenir cette boîte. Quelles valeurs de x, y, z réalisent notre objectif.

Solution

D'abord, il faut identifier les variables, définir l'objectif et les contraintes :

- Trois variables sont décrites dans le problème :

  x : largeur de la boîte ($x > 0$)

  y : profondeur de la boîte ($y > 0$)

  z : hauteur de la boîte ($z > 0$)

- L'objectif consiste à maximiser le volume de la boîte. La fonction d'objectif est décrite par l'expression $V(x, y, z) = xyz$

- Deux contraintes ont été imposées :

Surface du matériel disponible 2700 m^2: $2xy + 2yz + 2xz = 2700$

Exigence sur les dimensions :$x = 2y$

Dans une nouvelle feuille Excel, nous allons insérer toutes ces informations en suivant les consignes suivantes :

1. ***Chacune des variables doit se voir attribuer une position sur la feuille*** : les cellules B1, B2 et B3 ont été choisies pour substituer les variables x, y et z , respectivement ;
2. ***Définir la fonction d'objectif*** : en B5, l'objectif est défini en fonction des variables B1,B2, et B3 ;
3. ***Définir toutes les contraintes*** : Les contraintes sont définies un peu différemment de la fonction d'objectif. Une contrainte est une relation liant deux expressions. Par exemple, $2xy + 2yz + 2xz = 2700$

exige une relation d'égalité entre l'expression $2xy + 2yz + 2xz$ et l'expression 2700. En B7 et D7, chaque côté de cette relation est représenté. En C7, nous avons même identifié la nature de la relation liant B7 et D7. La seconde contrainte $x = 2y$ est représentée par les cellules B8, C8 et D8 d'une manière analogue.

E14

	A	B	C	D
1	x =			
2	y =			
3	z =			
4				
5	objectif Max	=B1*B2*B3		
6				
7	containte 1	=2*B1*B2+2*B2*B3+2*B1*B3	égale	2700
8	containte 2	=B1	égale	=2*B2

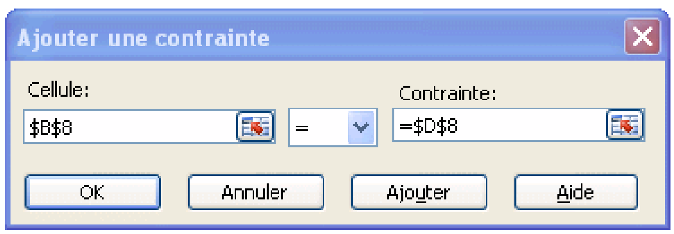
Les variables, l'objectif et les contraintes ayant été insérés, nous sommes prêts à résoudre le problème à l'aide du Solveur (menu Outils) :

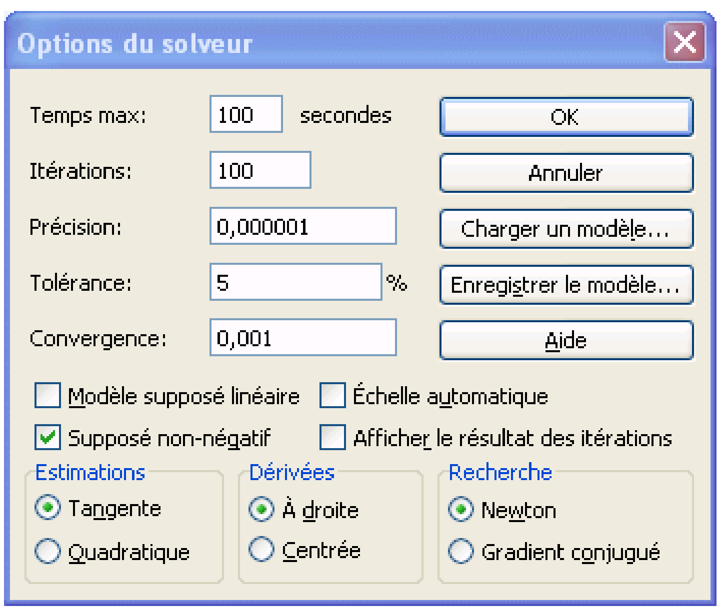
- Cellule cible à définir : B5 contient l'objectif ;
- Égale à : nous cherchons à maximiser l'objectif ;
- Cellules variables : B1, B2 et B3 représentent les variables ;

En sélectionnant le menu ***Ajouter contrainte***, les deux contraintes du problème peuvent être dictées au Solveur.

En sélectionnant le menu ***Option***, nous pouvons ajouter la contrainte ***Supposé non négatif*** (rappelez-vous que les variables représentent la mesure des côtés d'une boîte et ne peuvent donc être négatives).

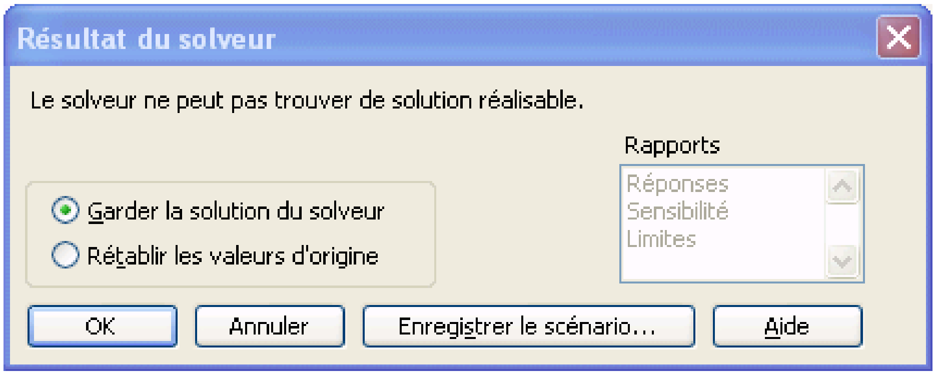
Puis, en appuyant sur la touche ***Résoudre,*** le Solveur vous retournera la solution du problème.





Message d'erreur

Il est possible que le Solveur envoie le message suivant :



Ceci peut se produire si les variables se trouvent initialement sur un ***point fixe*** de la fonction objectif qui ne répond pas au critère exigé (maximum). Dans notre exemple, si les cellules B1, B2 et B3 sont vides avant d'interpeler le Solveur, elles prennent la valeur 0 par défaut. Or B1=0, B2=0, B3=0 est un point fixe de $V = xyz$, ce qui explique le message d'erreur que vous obtenez sans doute. Pour remédier à la situation, il suffit de modifier les valeurs initiales des variables (en demeurant dans le domaine des solutions possibles). Par exemple, en donnant aux cellules B1, B2 et B3 les valeurs 1, 1, et 1, le Solveur retournera la solution suivante :

	A	B	C	D	E
1	x =	30,000			
2	y =	15,000			
3	z =	20,000			
4					
5	objectif Max	9000			
6					
7	containte 1	2700	égale	2700	
8	containte 2	30,00000	égale	30	

En plus de la solution ($x = 30, y = 15, z = 20$), nous pouvons observer que les contraintes sont toutes respectées…